

Bildgebende Verfahren in der Medizin

Computer-Tomographie

Axel Loewe, Olaf Dössel

INSTITUTE OF BIOMEDICAL ENGINEERING



Siemens, U. Hofer & J. Eichstädt

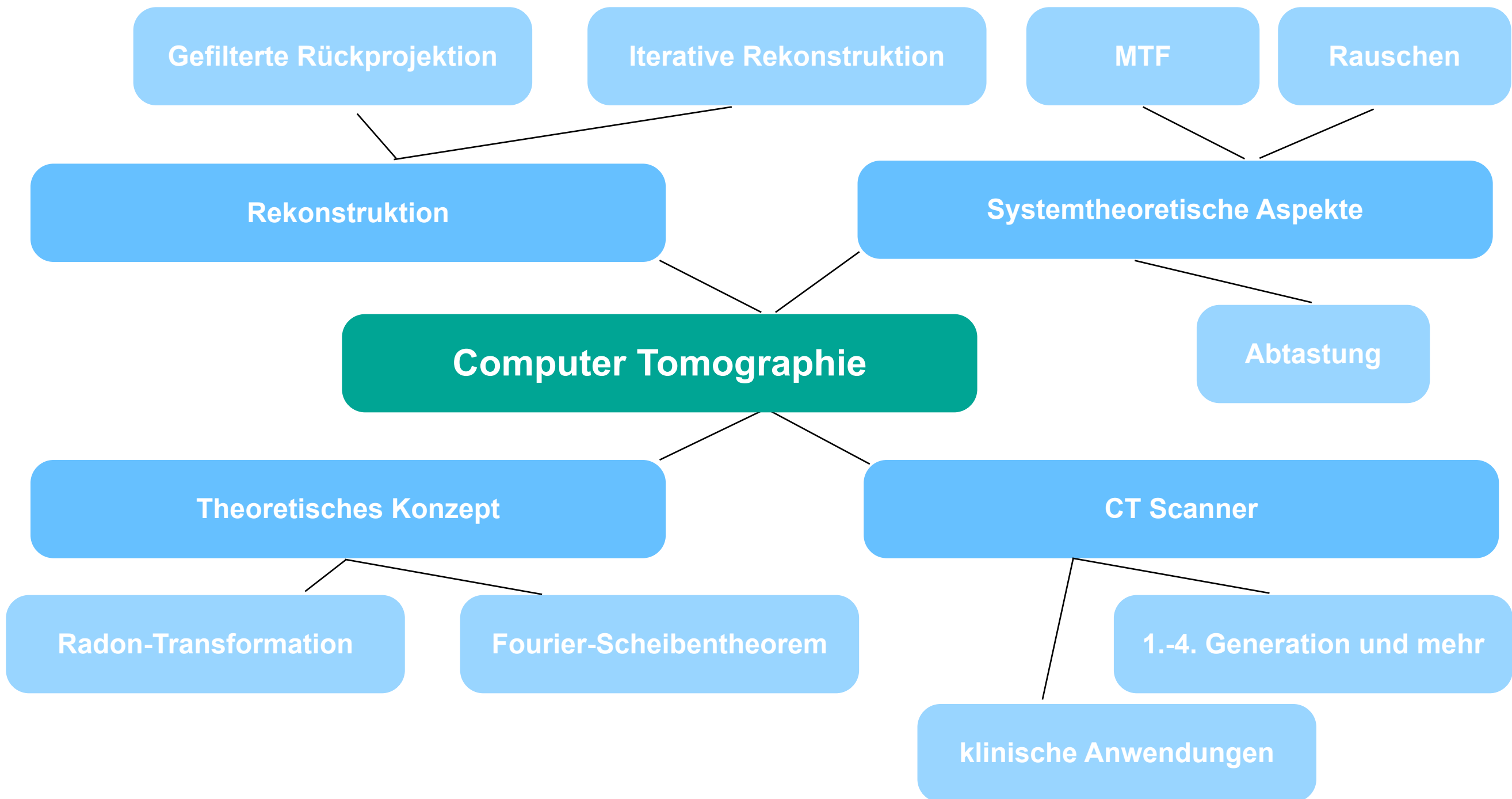
Computer-Tomographie*

* englisch: Computed Tomography

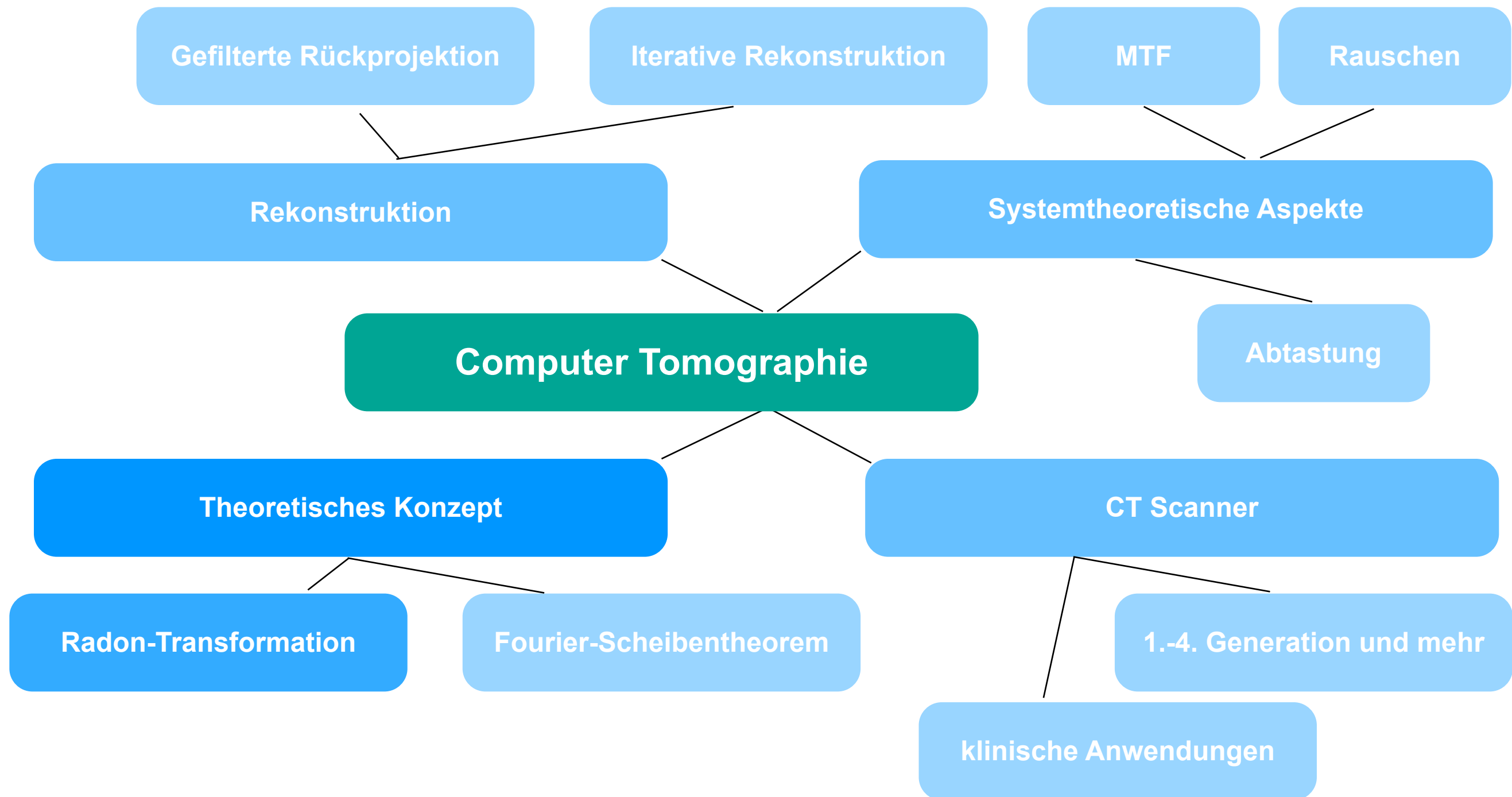


.... durch Drehen der Patienten wird dabei ein plastischer Eindruck hervorgerufen....

Was verbirgt sich dahinter?



Was verbirgt sich dahinter?



Johann Radon

* 16. Dezember 1887 in Tetschen
Stationen: Wien, Göttingen, Hamburg,
Greifswald, Erlangen, Breslau ,
Innsbruck, Wien
† 25. Mai 1956 in Wien

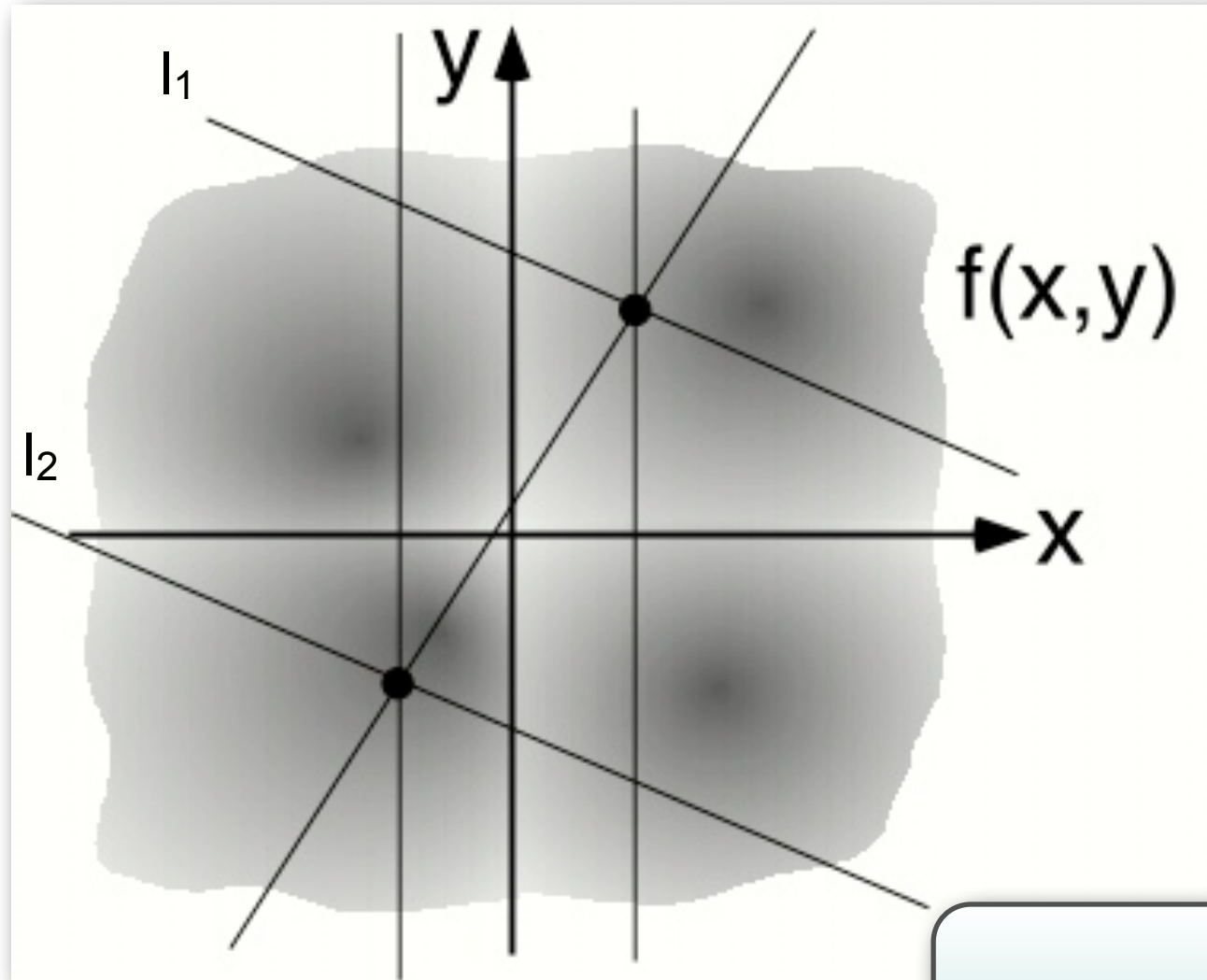
1917 - Über die Bestimmung von
Funktionen durch ihre Integralwerte
längs gewisser Mannigfaltigkeiten.



J. Radon

Radon-Transformation

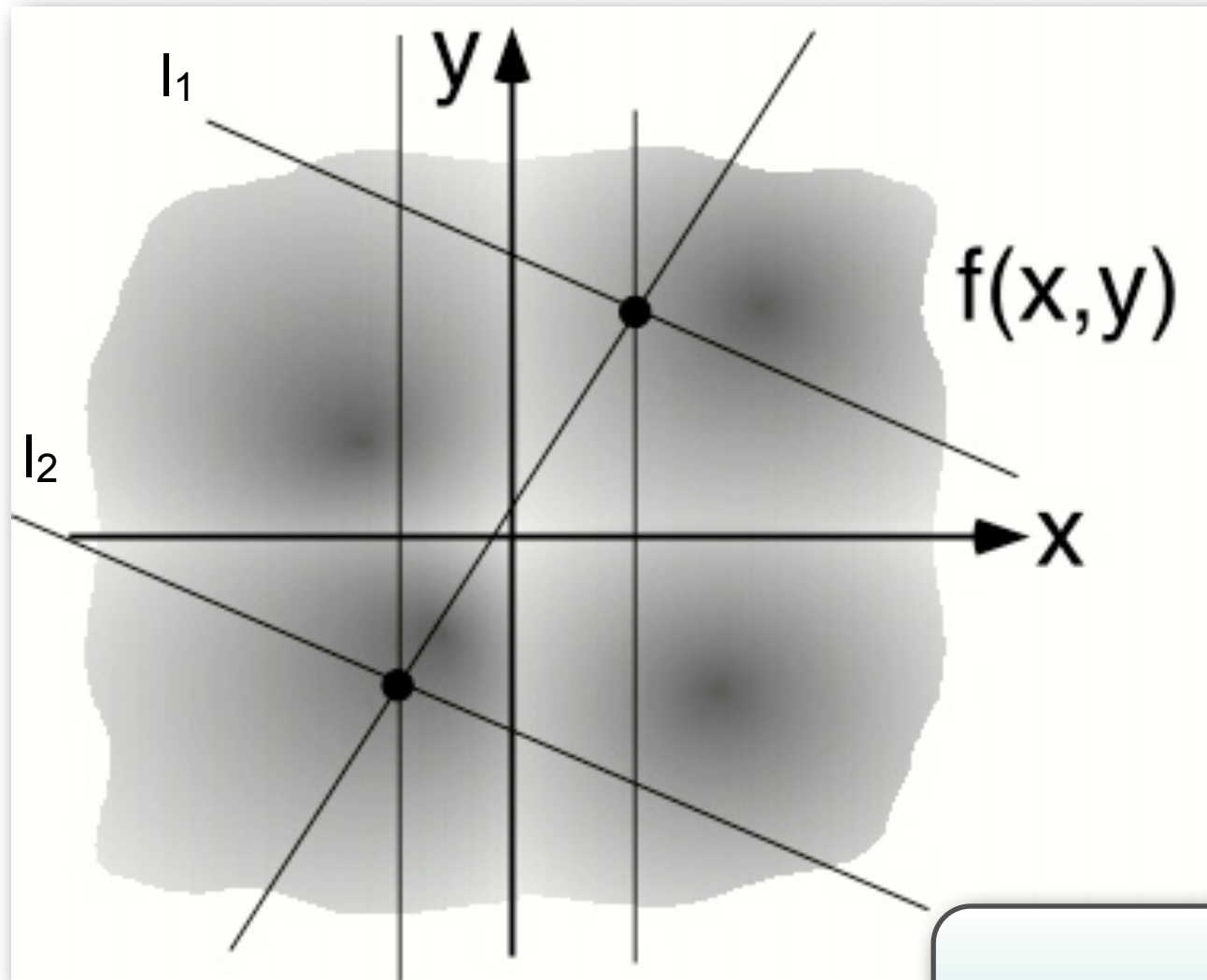
Linienintegrale durch das Gebiet von $f(x,y)$



Ziel: Bild der Grauwertverteilung

Radon-Transformation

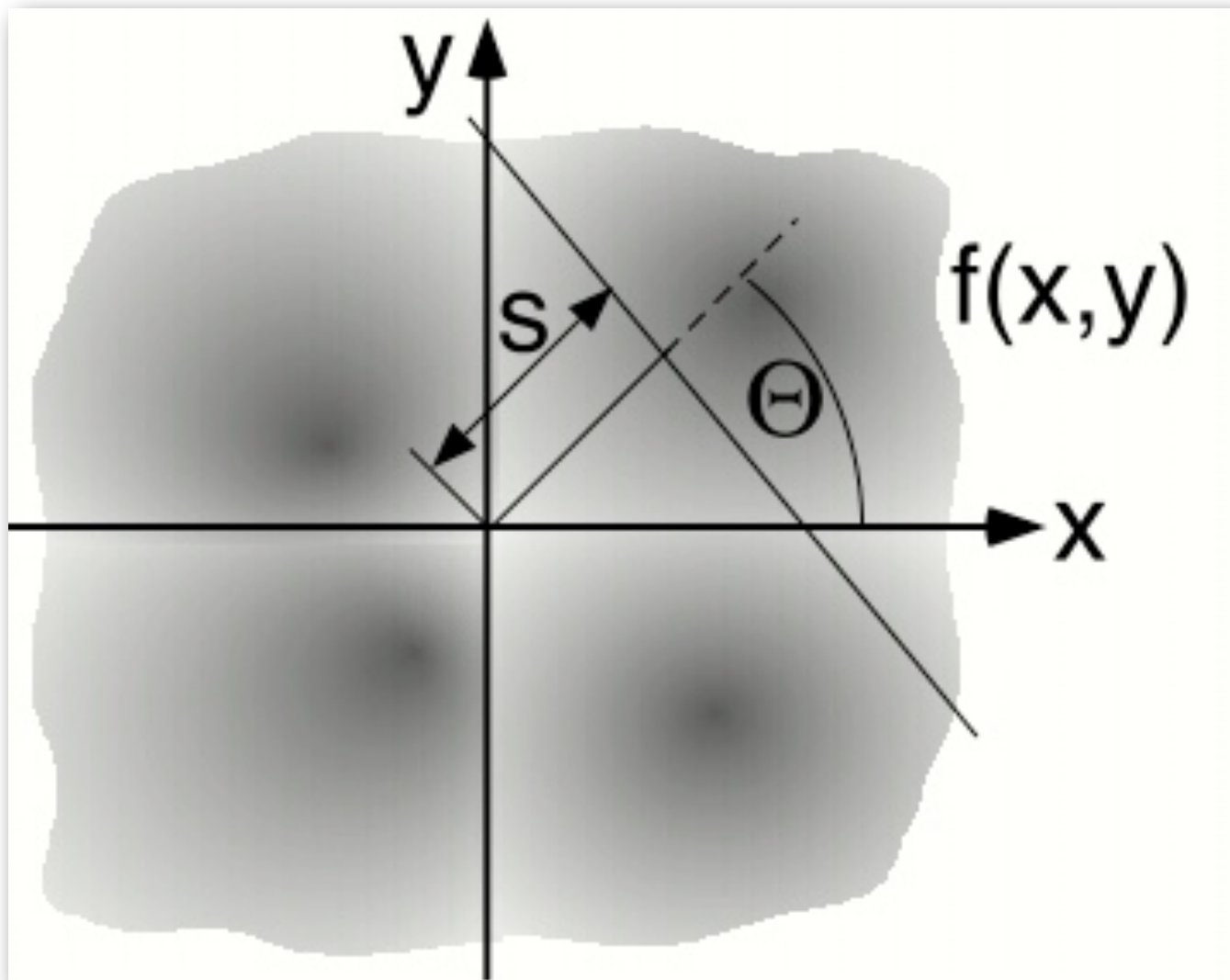
Linienintegrale durch das Gebiet von $f(x,y)$



$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x(l), y(l)) dl$$

Ziel: Bild der Grauwertverteilung

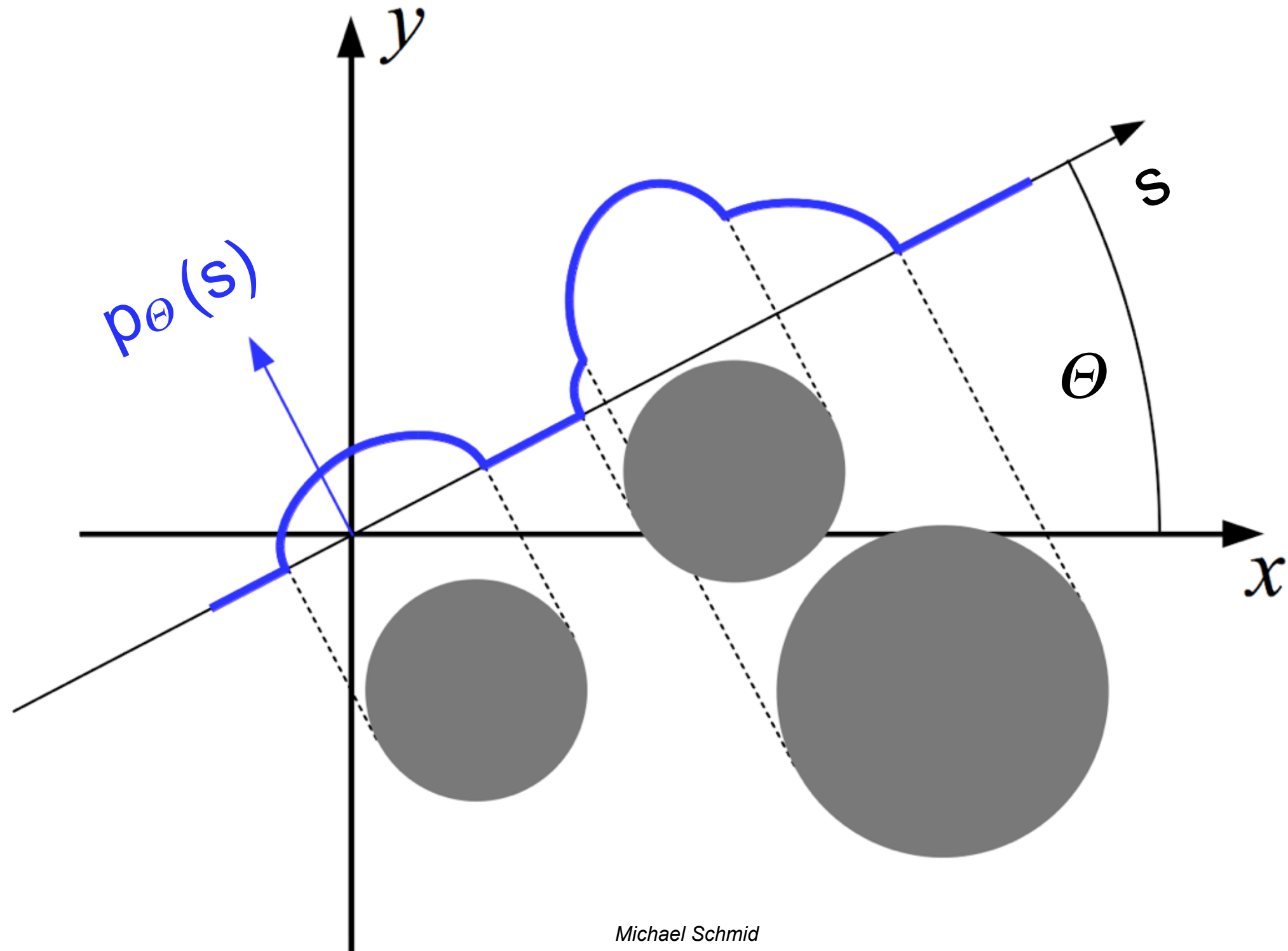
Ordnungsschema für die Linienintegrale



$$\int_{\vec{e} \cdot \vec{r} = s} f(x,y) d\ell = p(\Theta, s)$$

$\vec{e}$ = Einheitsvektor in Richtung Θ
 Θ = Winkel zwischen der Integrationslinie und der Normalen durch Null

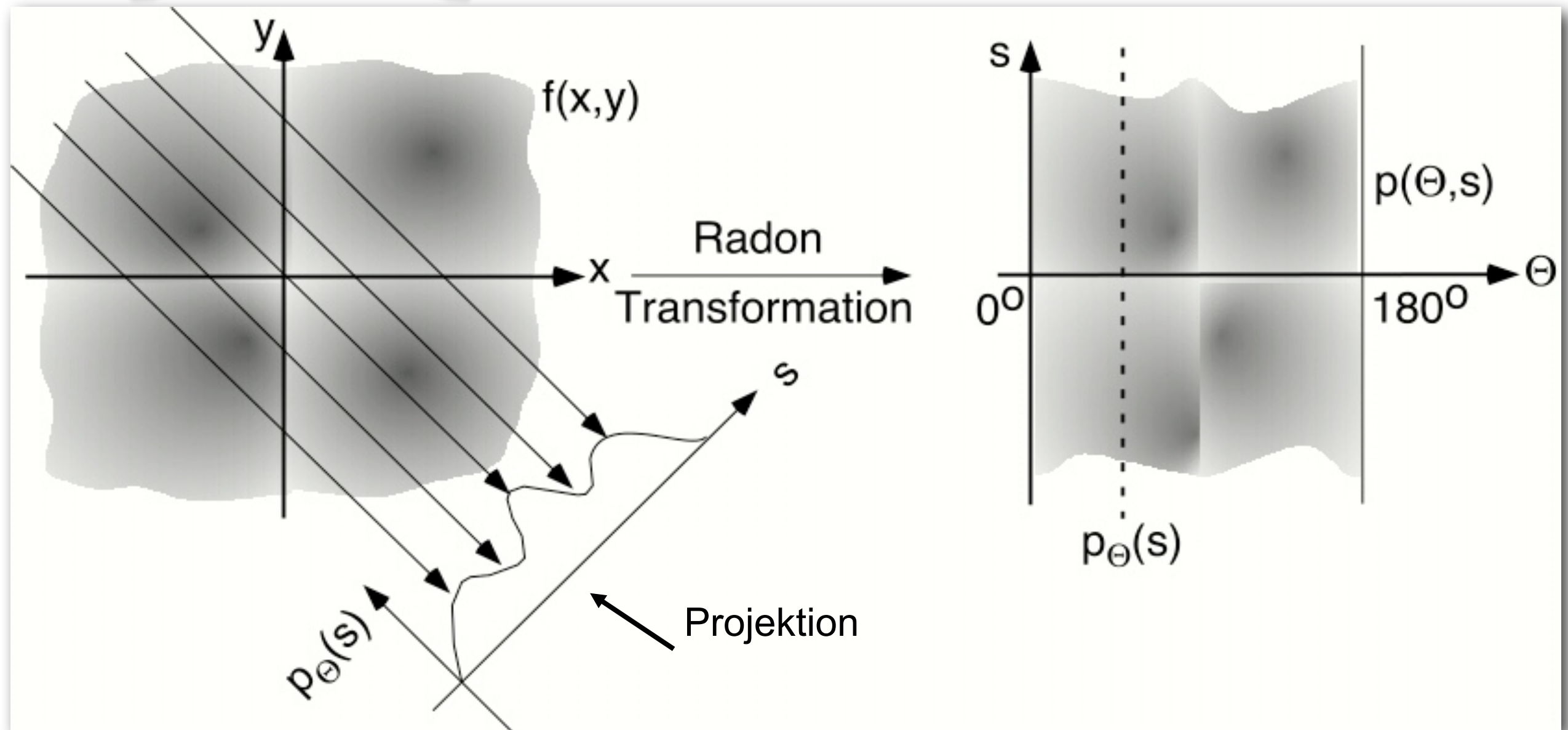
Projektion zum Winkel θ



Michael Schmid

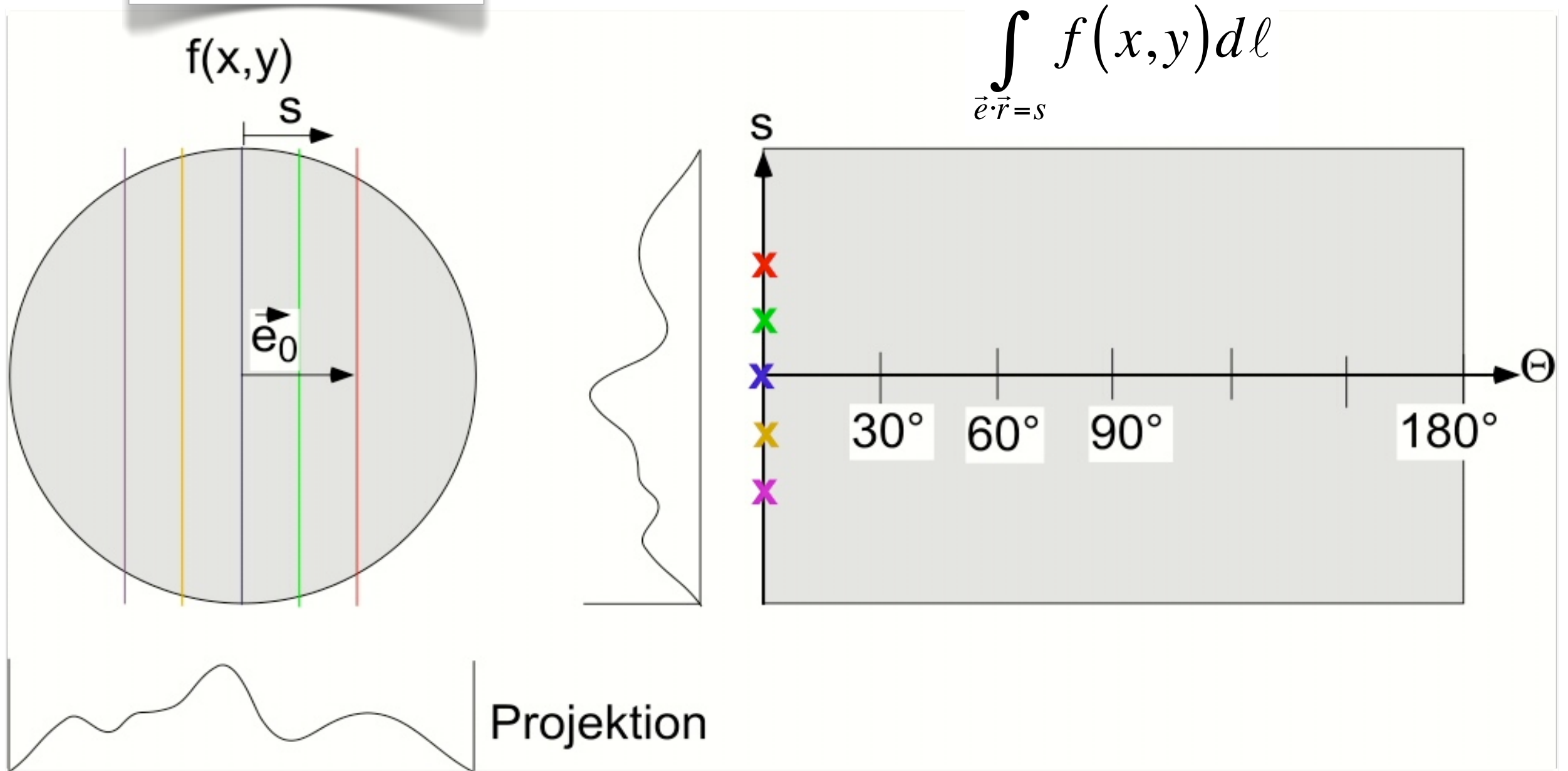
Die Radon-Transformation

Θ fest, s variiert

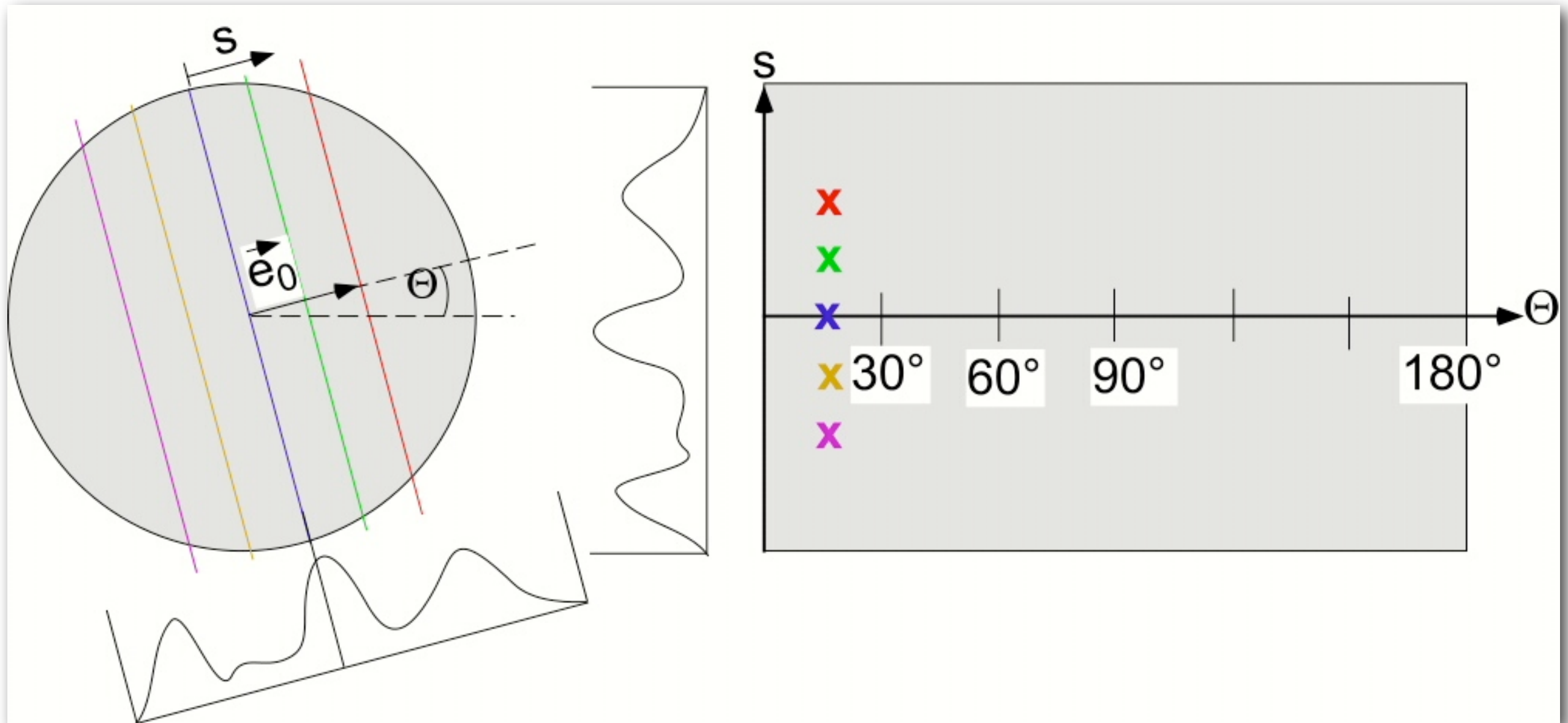


Radon-Transformation

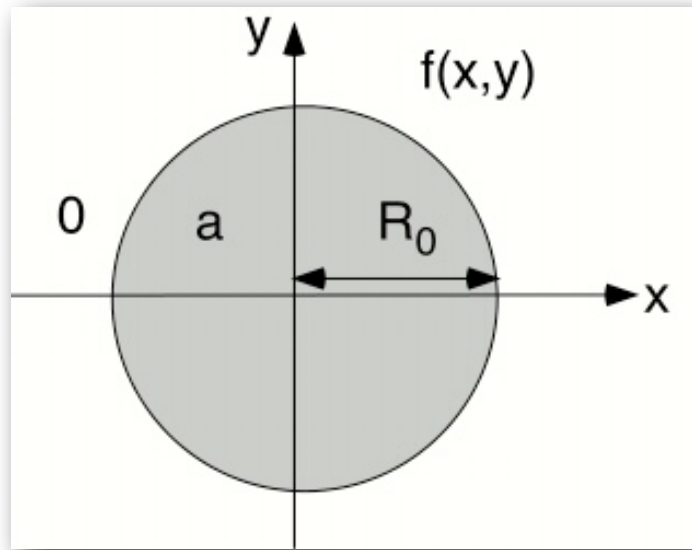
$\Theta = 0^\circ$, s variiert



Radon-Transformation



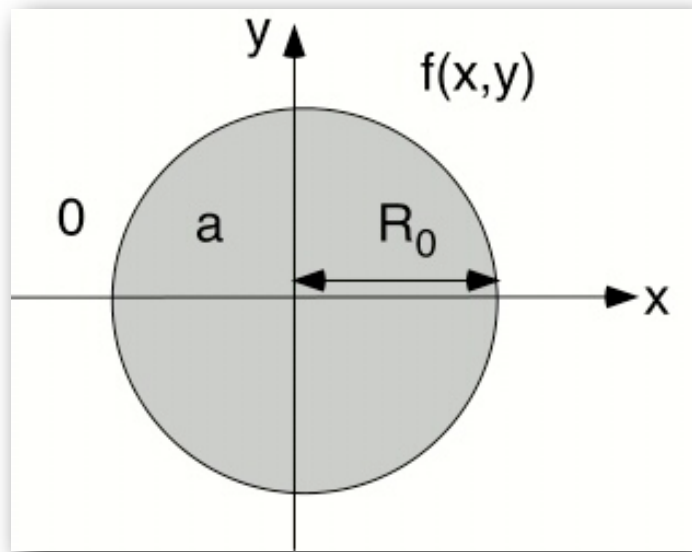
Frage



$$f(x,y) = a \text{ im Gebiet } x^2 + y^2 \leq R_0^2$$

$$f(x,y) = 0 \text{ ausserhalb } R_0 = \text{Radius des Gebietes}$$

Frage



$$f(x,y) = a \text{ im Gebiet } x^2 + y^2 \leq R_0^2$$

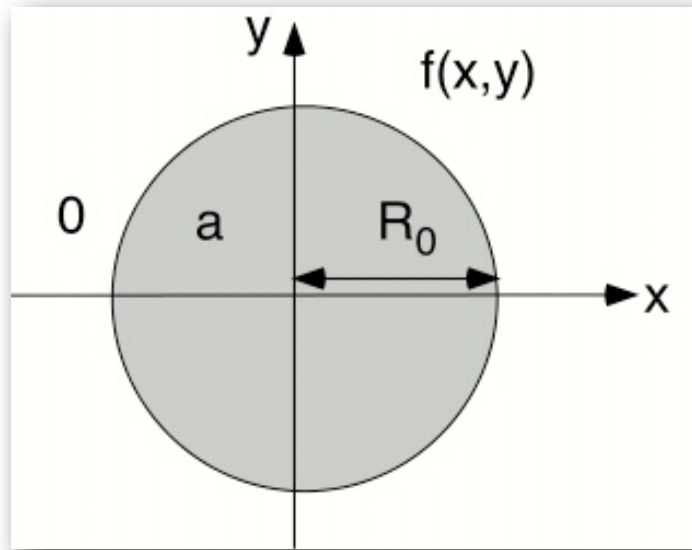
$$f(x,y) = 0 \text{ ausserhalb } R_0 = \text{Radius des Gebietes}$$

Wie sieht $p(0,s)$ qualitativ aus?

Wie sieht $p(45^\circ, s)$ qualitativ aus?

Wie sieht die Radon-transformierte $p(\theta, s)$ aus?

Frage



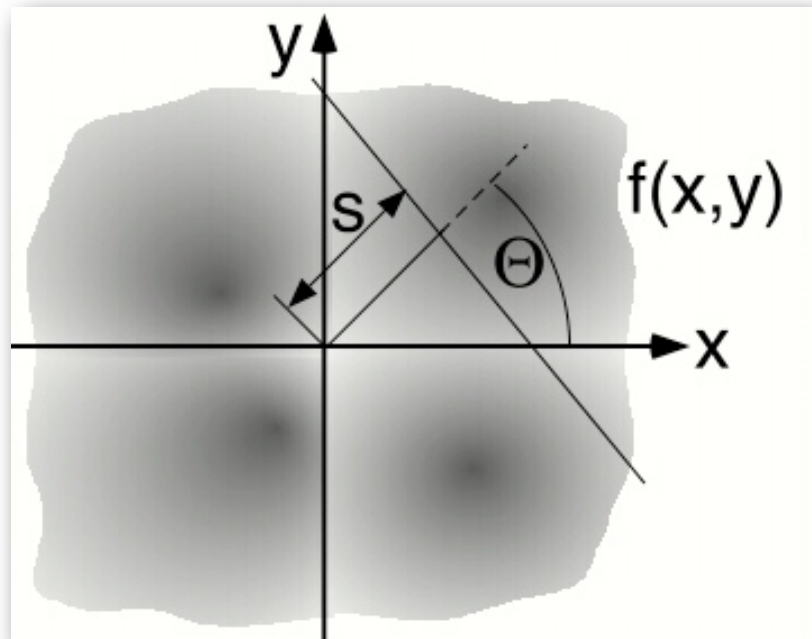
$f(x,y) = a$ im Gebiet $x^2 + y^2 \leq R_0^2$

$f(x,y) = 0$ ausserhalb $R_0 = \text{Radius des Gebietes}$

Wie sieht $p(0,s)$ qualitativ aus?

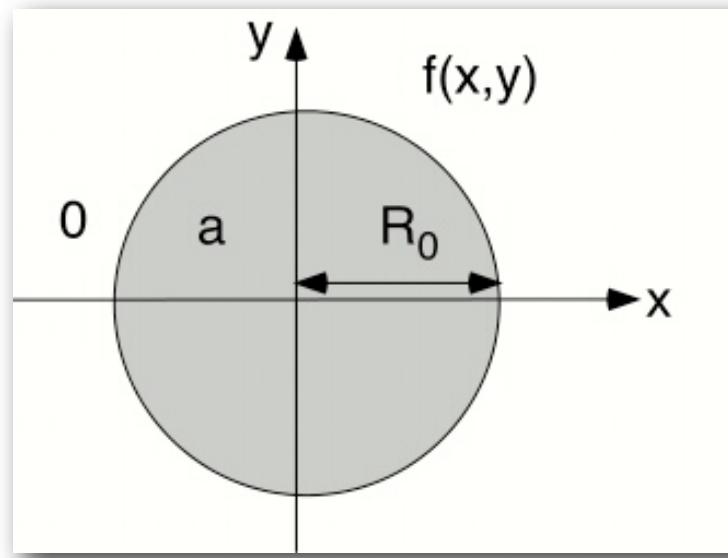
Wie sieht $p(45^\circ, s)$ qualitativ aus?

Wie sieht die Radon-transformierte $p(\Theta, s)$ aus?

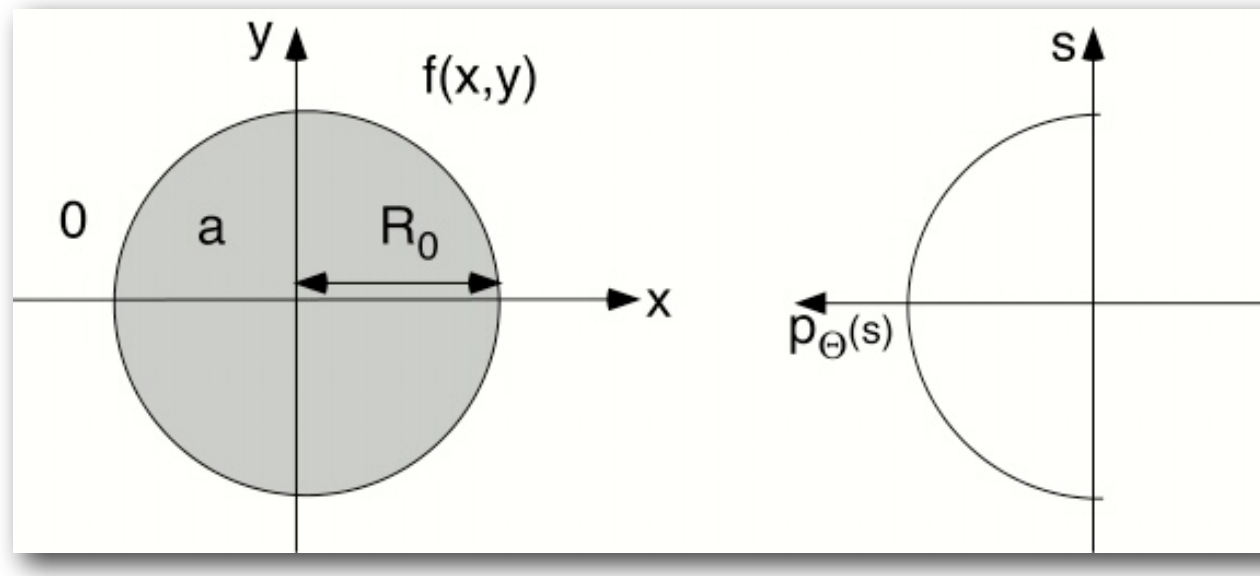


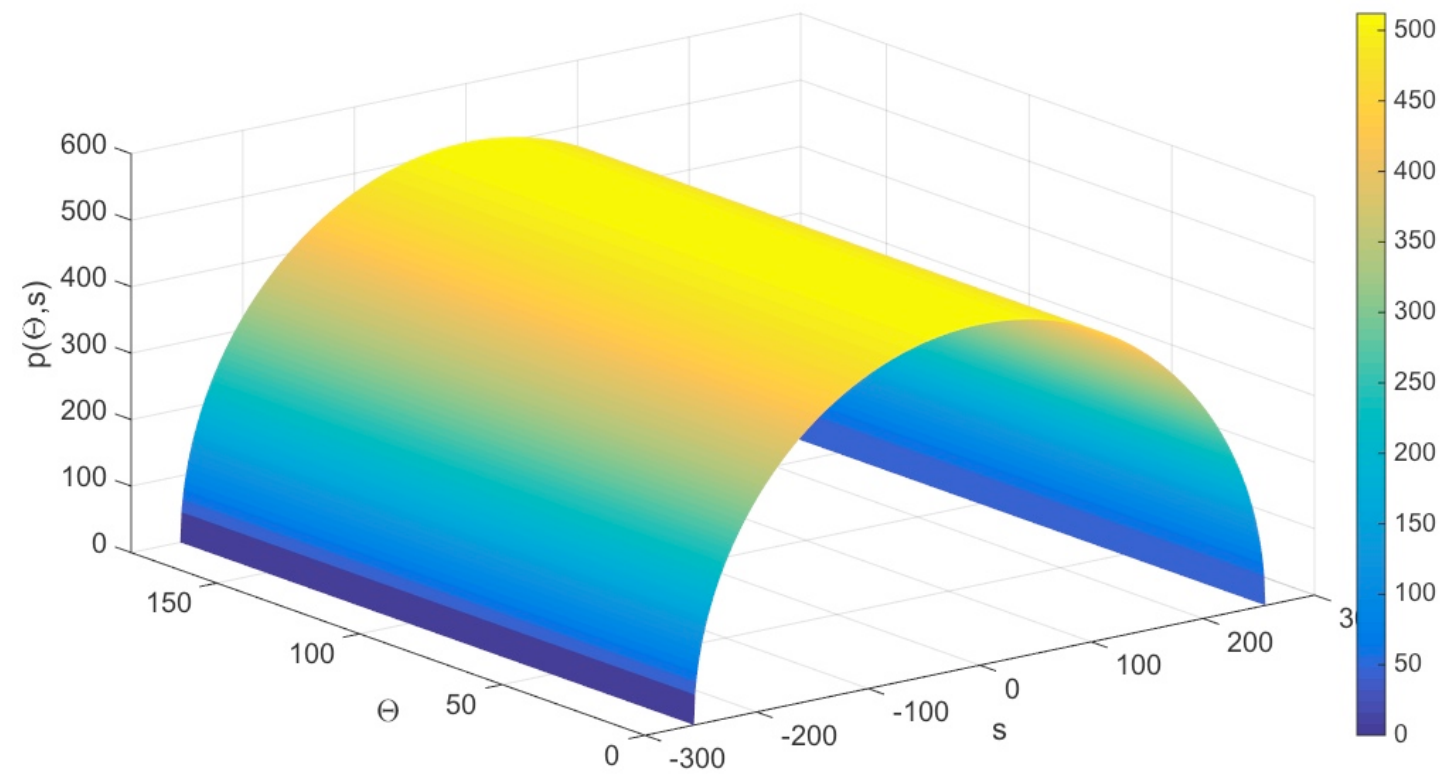
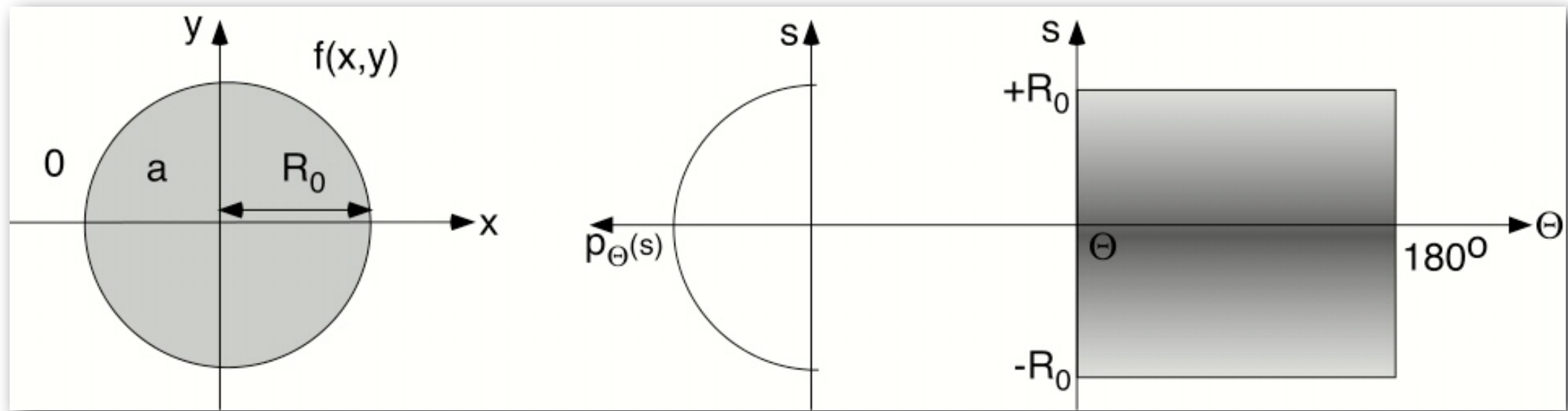
$$\int_{\vec{e} \cdot \vec{r} = s} f(x,y) d\ell = p(\Theta, s)$$

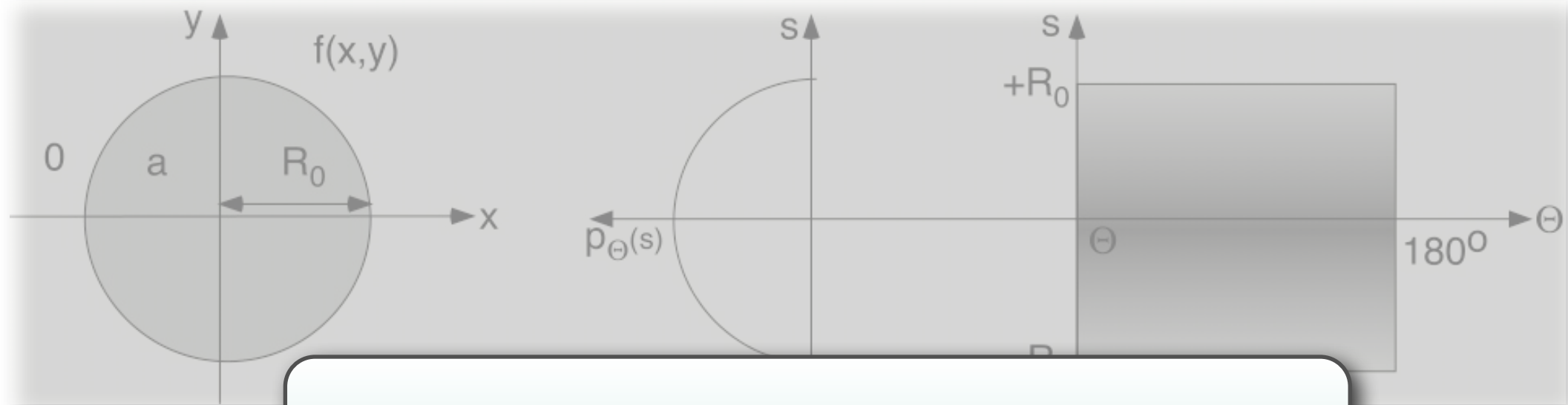
Lösung



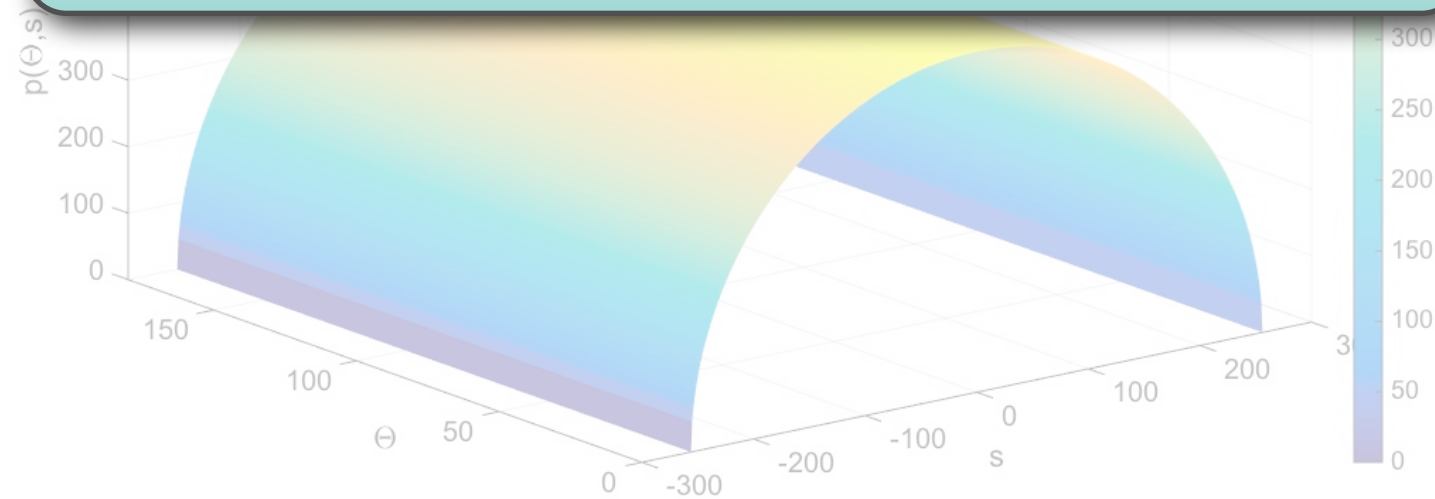
Lösung



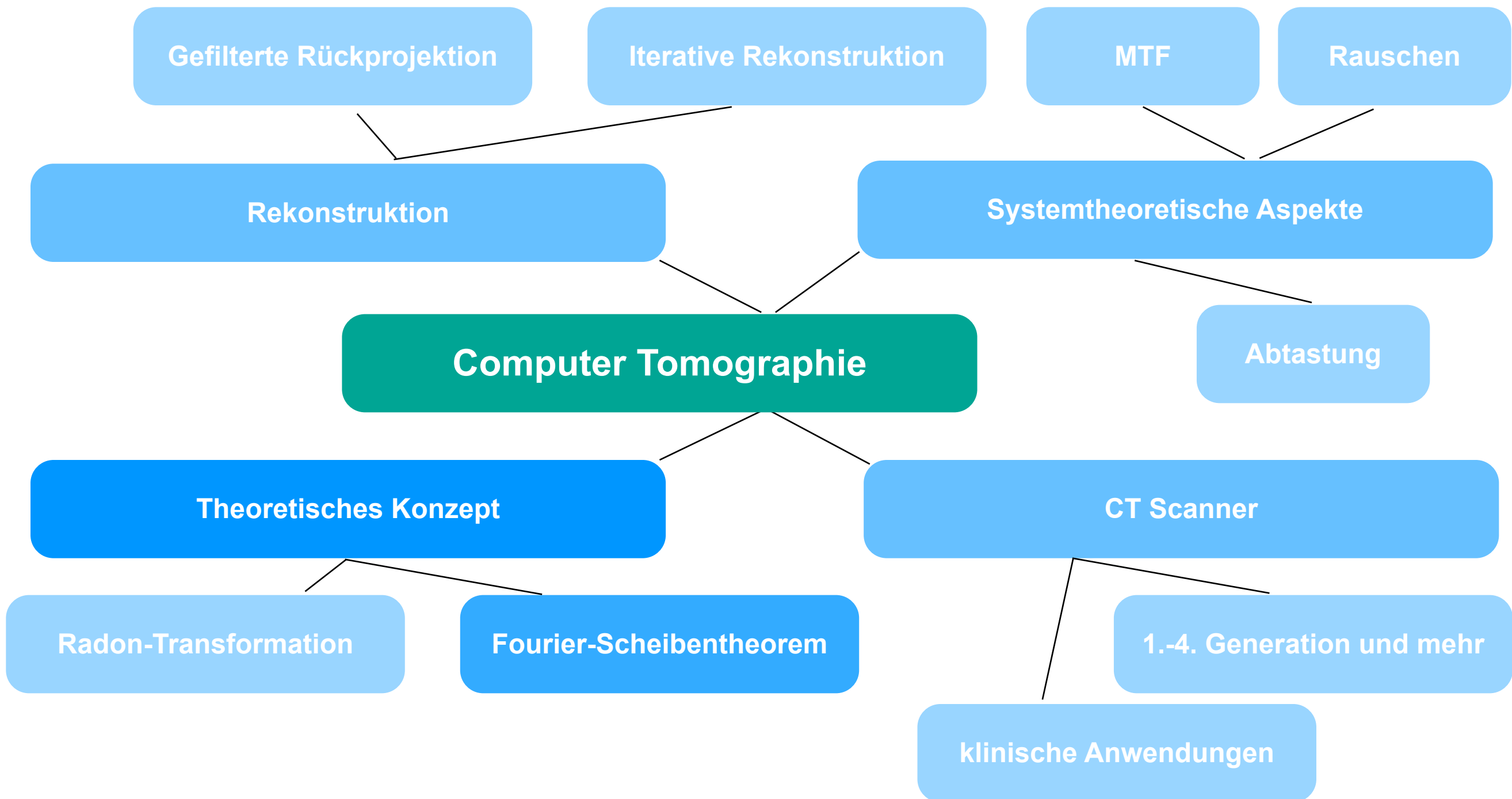




Wie kommen wir jetzt zum Bild?
Inverse Radontransformation?

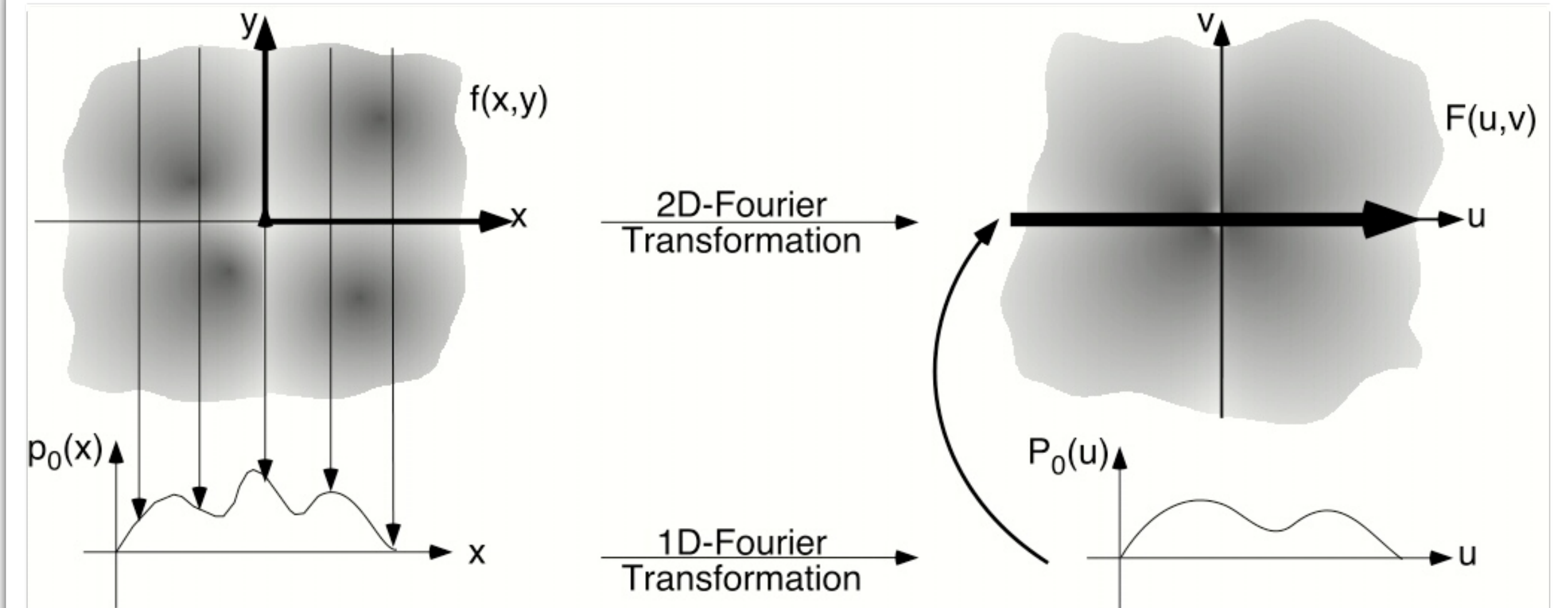


Was verbirgt sich dahinter?

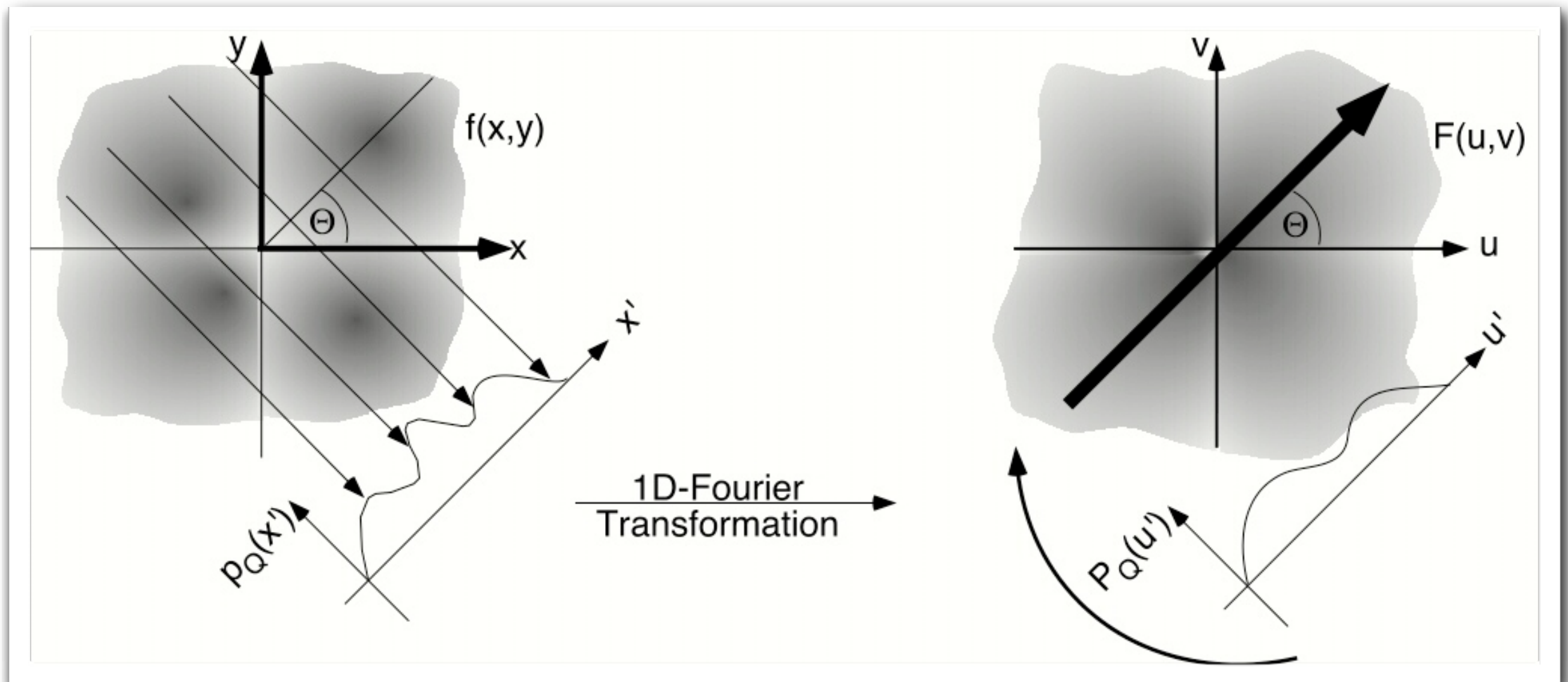


Fourier-Scheiben-Theorem für $\Theta = 0^\circ$

$$\Theta = 0^\circ$$



Fourier-Scheiben-Theorem für beliebige Winkel Θ



Fourier-Scheiben-Theorem

Sei eine Funktion $f(x,y)$ gegeben und $F(u,v)$ deren 2D-Fouriertransformierte

$$f(x,y) \quad \circ \xrightarrow{\text{2D-FT}} \bullet \quad F(u,v).$$

Sei weiter $p_{\Theta}(s)$ eine Projektion von $f(x,y)$ und $P_{\Theta}(w)$ deren 1D-Fouriertransformierte

$$p_{\Theta}(s) \quad \circ \xrightarrow{\text{1D-FT}} \bullet \quad P_{\Theta}(w).$$

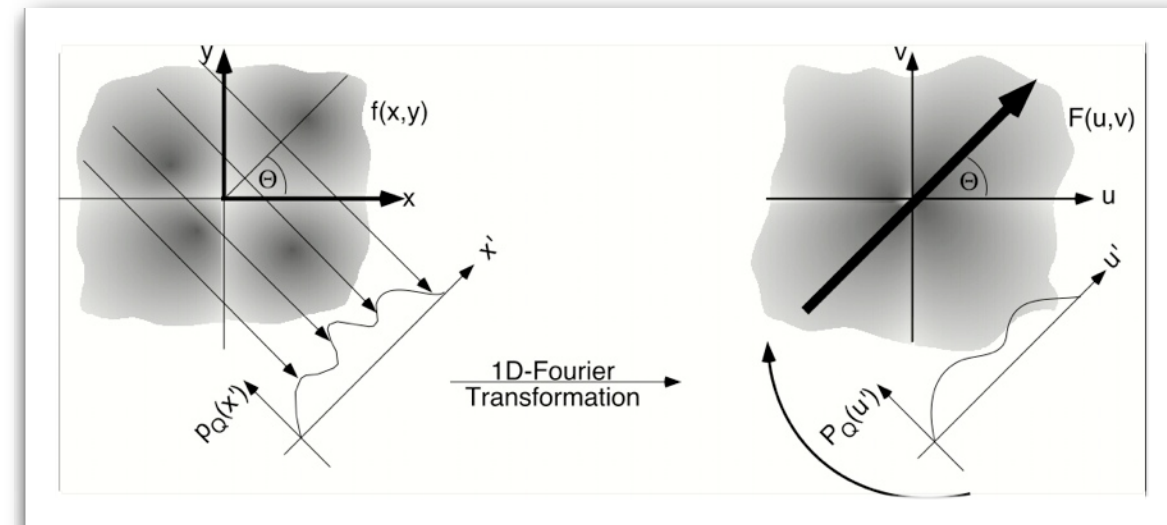
Dann beschreibt $P_{\Theta}(w)$ die Werte von $F(u,v)$ auf einem Radialstrahl zum Winkel Θ .

Beweis des Fourier-Scheiben-Theorems für die Projektion zum Winkel $\Theta = 0^\circ$

$$p_0(s) = p_0(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dy \quad \text{für } \Theta = 0^\circ$$

1D-Fouriertransformierte von $p_0(x)$

$$P_0(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_0(x) e^{-j2\pi ux} dx$$



dies lässt sich umformen zu:

$$P_0(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int f(x,y) dy \right] e^{-j2\pi ux} dx = \iint f(x,y) e^{-j2\pi(ux+0 \cdot y)} dx dy = F(u,0)$$

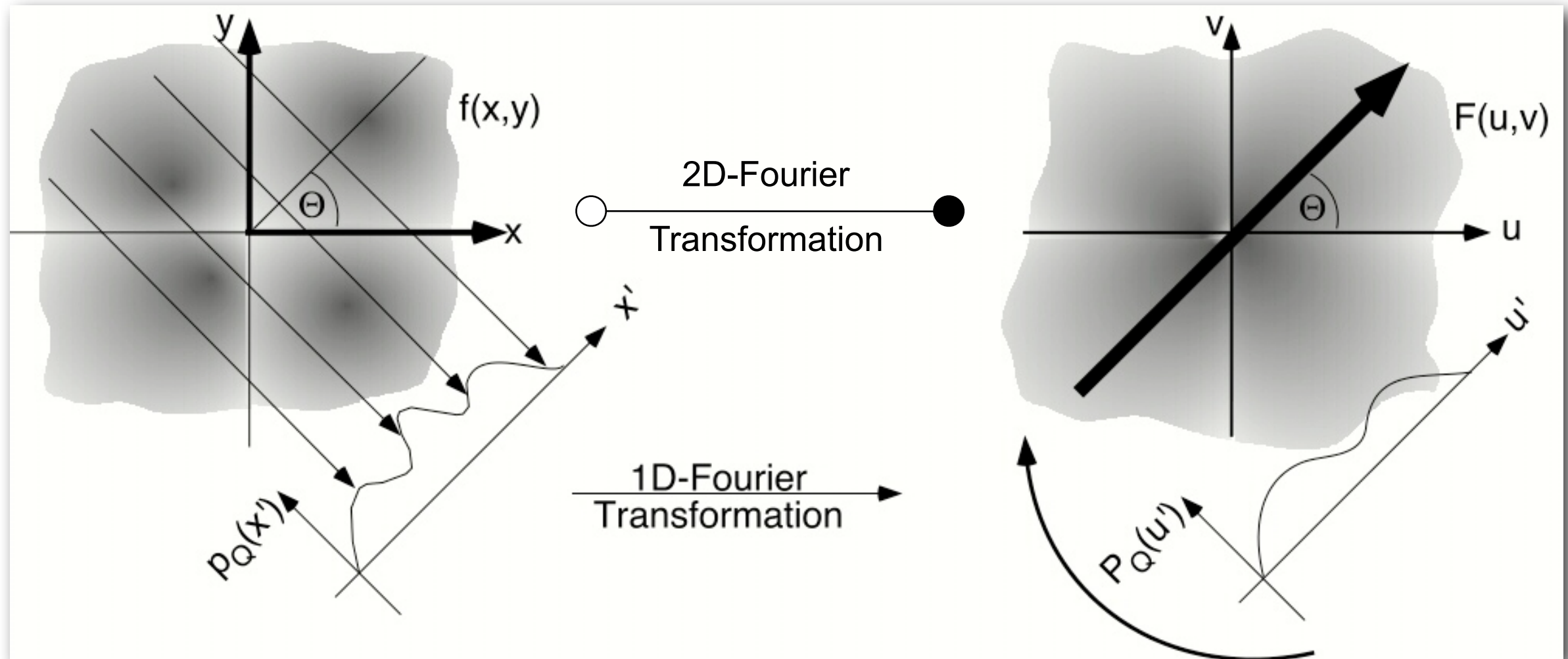
mit: $f(x,y)$

2D-FT

$F(u,v)$

Fourier-Scheiben-Theorem für beliebige Winkel Θ

Rotationsinvarianz der Fouriertransformation



Frage

Gegeben: alle Projektionen $p(\Theta, s)$

Gesucht: $f(x, y)$

- ➔ berechne alle _____
- ➔ trage die Werte unter dem Winkel ____ in die Matrix $F(u, v)$ ein
- ➔ berechne die _____ von _____

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) \quad \circ \text{---} \bullet \quad G(u, v) = F(u, v) \cdot H(u, v)$$

$$f(x, y) \quad \circ \text{---} \bullet \quad F(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

Frage

Gegeben: alle Projektionen $p(\Theta, s)$

Gesucht: $f(x, y)$

- ➔ berechne alle _____
- ➔ trage die Werte unter dem Winkel ____ in die Matrix $F(u, v)$ ein
- ➔ berechne die _____ von _____

Was hat das Vorgehen mit der Bildrestauration gemein?

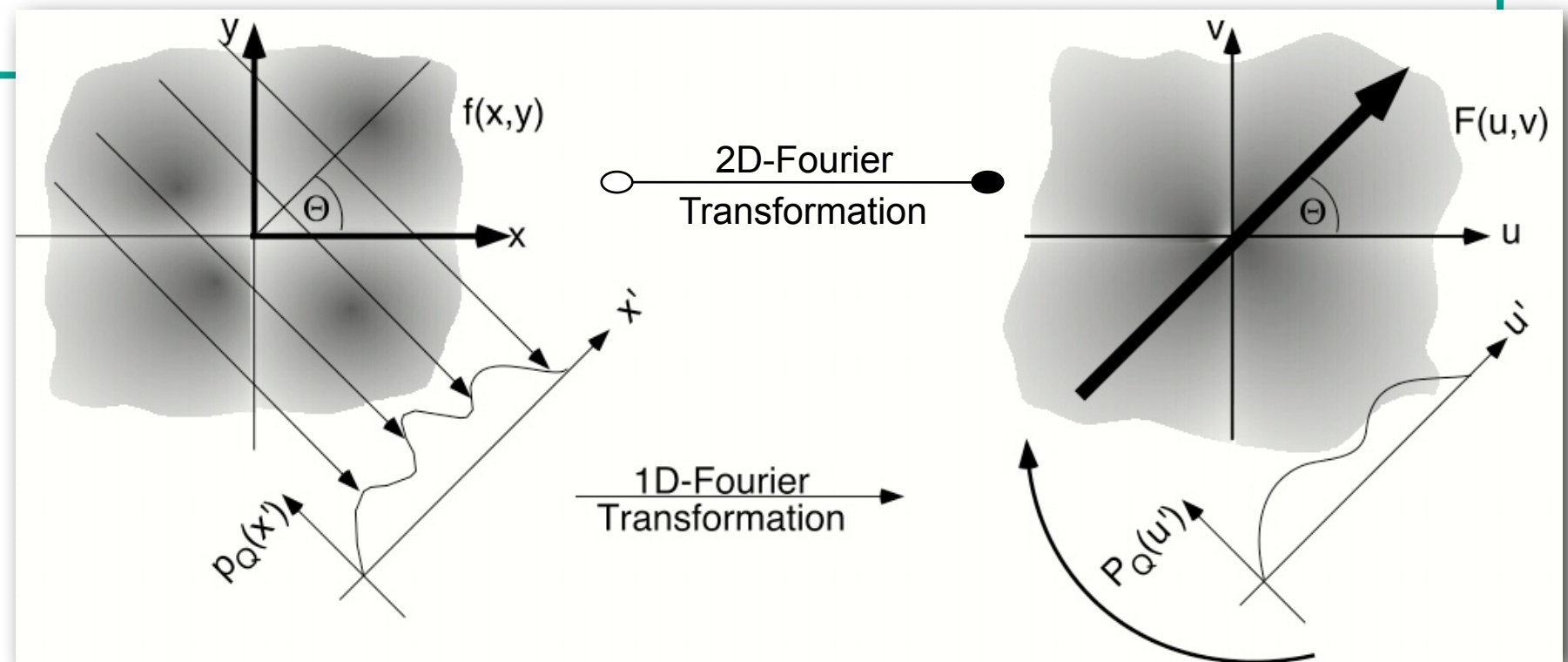
$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) \quad \circ \text{---} \bullet \quad G(u, v) = F(u, v) \cdot H(u, v)$$

$$f(x, y) \quad \circ \text{---} \bullet \quad F(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

Gegeben: alle Projektionen $p(\Theta, s)$

Gesucht: $f(x, y)$

- ➡ berechne alle *1D Fouriertransformierten* $P_{\Theta}(w)$
- ➡ trage die Werte unter dem Winkel Θ in die Matrix $F(u, v)$ ein
- ➡ berechne die *inverse Fouriertransformierte* von $F(u, v)$

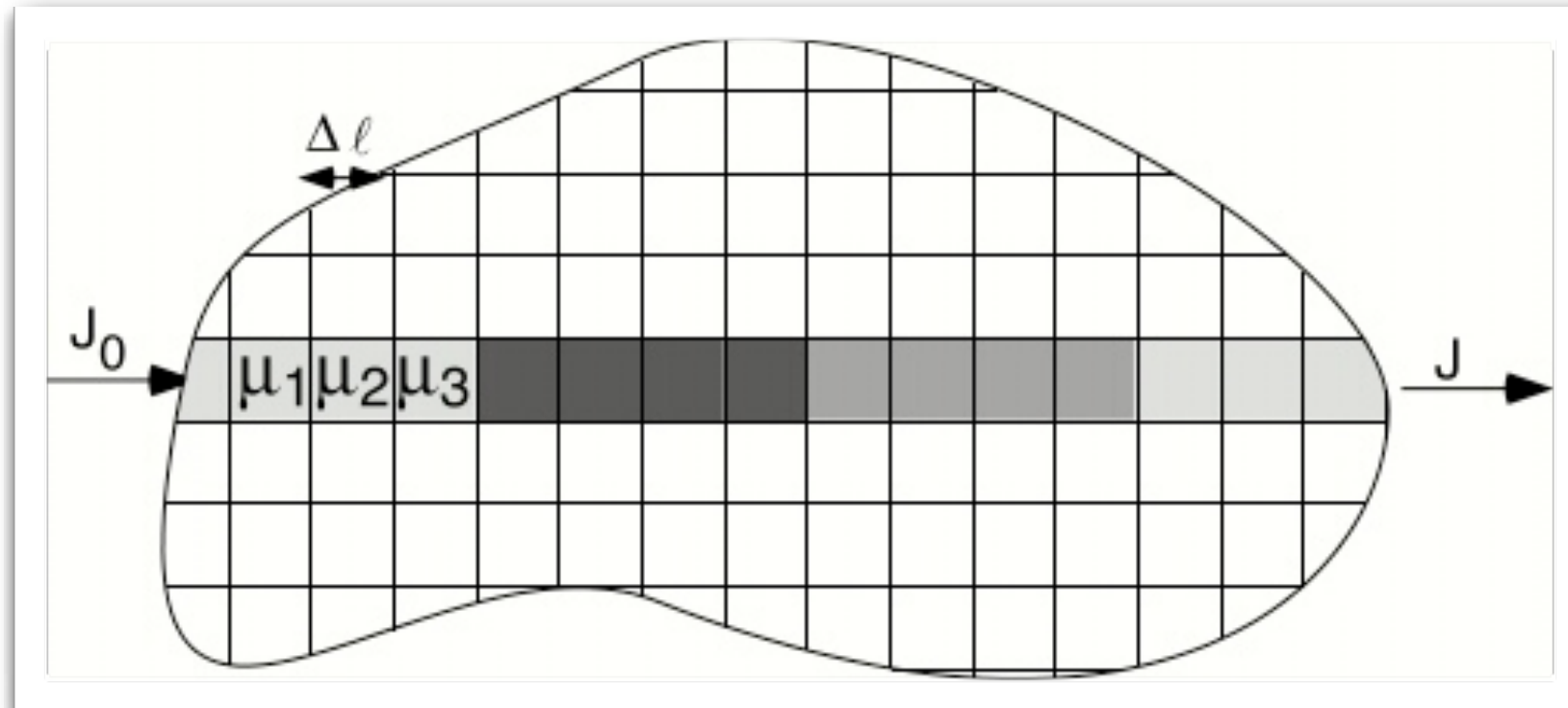


$$g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) \quad \circ \text{---} \bullet \quad G(u,v) = F(u,v) \cdot H(u,v)$$

ist $H(u,v)$ bekannt, kann $f(x,y)$ rekonstruiert werden:

$$f(x,y) \quad \circ \text{---} \bullet \quad F(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)}$$

Durchgang eines nadelförmigen Röntgenstrahls durch einen Körper



$$J \approx J_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot \Delta l} \cdot e^{-\mu_2 \cdot \Delta l} \cdot \dots \cdot e^{-\mu_N \cdot \Delta l}$$

$$J \approx J_0 \cdot e^{-\sum_{i=1}^N \mu_i \cdot \Delta l}$$

$$J = J_0 \cdot e^{-\int \mu(l) dl}$$

$$\ln\left(\frac{J_0}{J}\right) = \int \mu(l) dl.$$

d.h. die Messwerte sind
die Linienintegrale vom
Röntgenschwächungskoeffizienten

Fourier-Rekonstruktion bei der CT

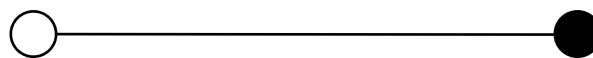
Messe möglichst viele Projektionen $p(\Theta, s) = \ln(J_0/J)$

- ➔ berechne alle 1D Fouriertransformierten $P_\Theta(w)$
- ➔ trage die Werte unter dem Winkel Θ in die Matrix $F(u, v)$ ein
- ➔ berechne die inverse Fouriertransformierte von $F(u, v)$

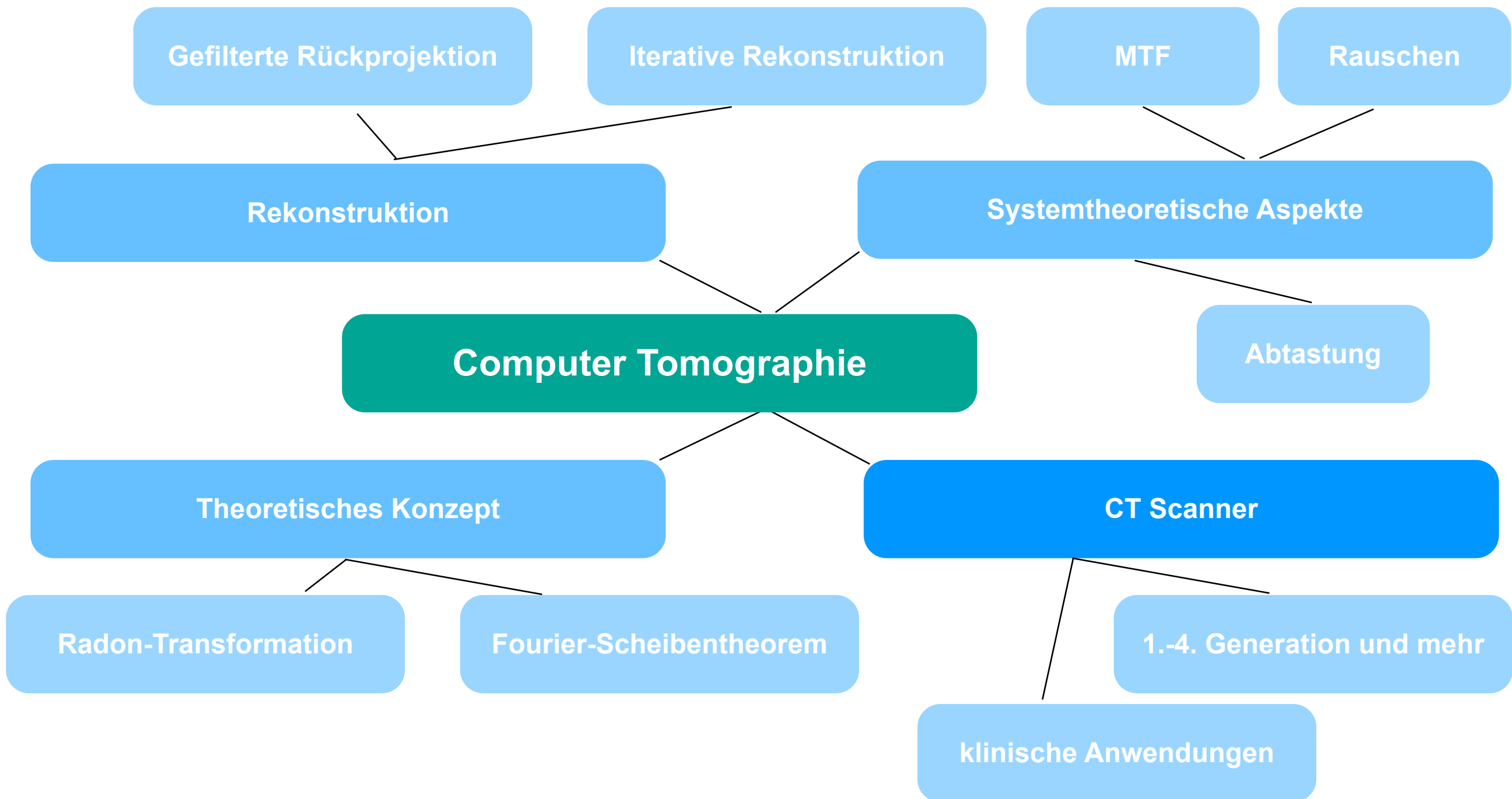
$f(x, y)$

2D-FT

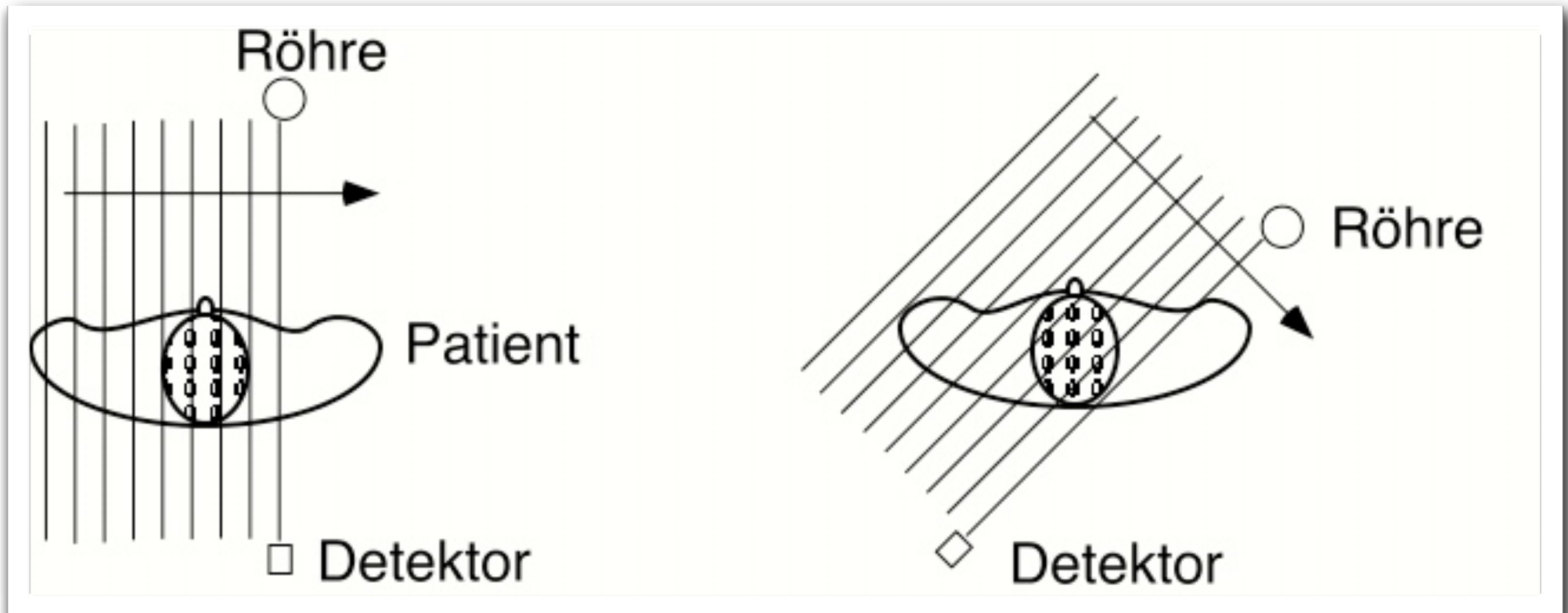
$F(u, v)$



Was verbirgt sich dahinter?



Prinzipieller Aufbau eines CT Scanners der 1. Generation



Was nimmst du mit?

2'

Schreibe einen Satz, der eines der Themen zusammenfasst:

*Hauptsatz der
Systemtheorie*

Abtasttheorem

Radontransformation

60"

Tausche den Satz mit deinem Nachbarn aus!

Was nimmst du mit?

2'

Schreibe einen Satz, der eines der Themen zusammenfasst:

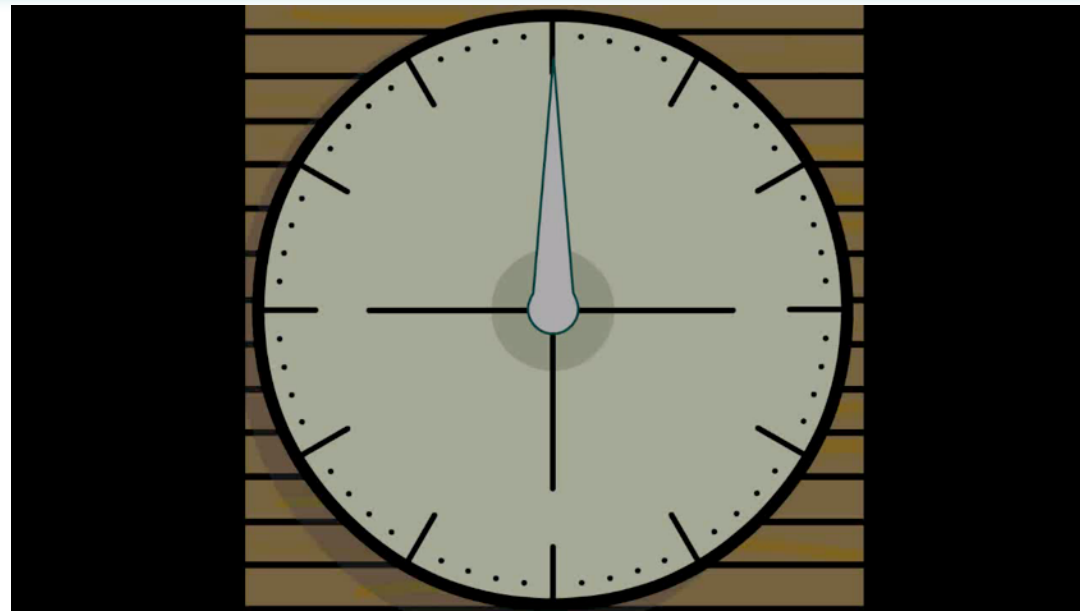
*Hauptsatz der
Systemtheorie*

Abtasttheorem

Radontransformation

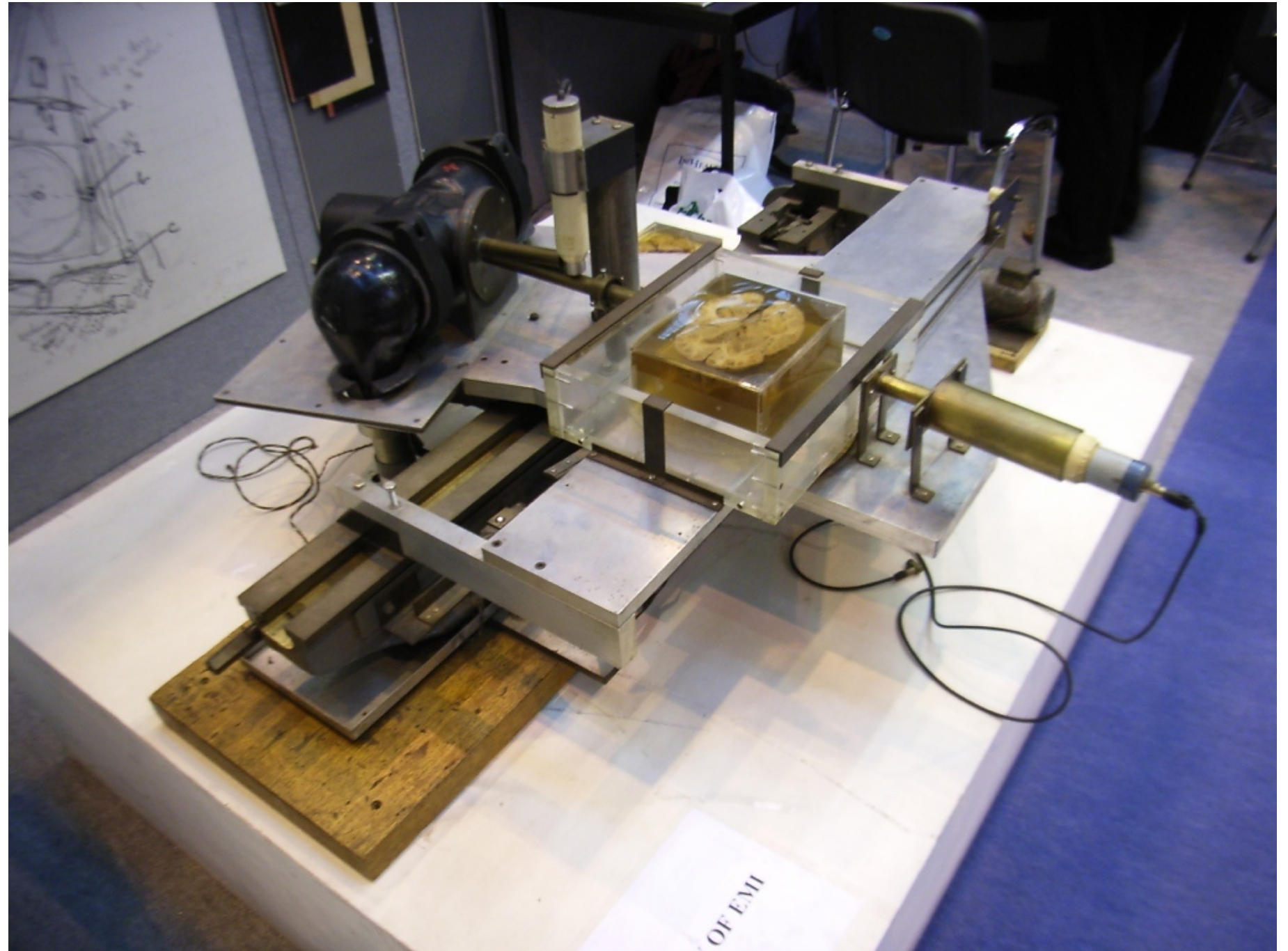
60"

Tausche den Satz mit deinem Nachbarn aus!



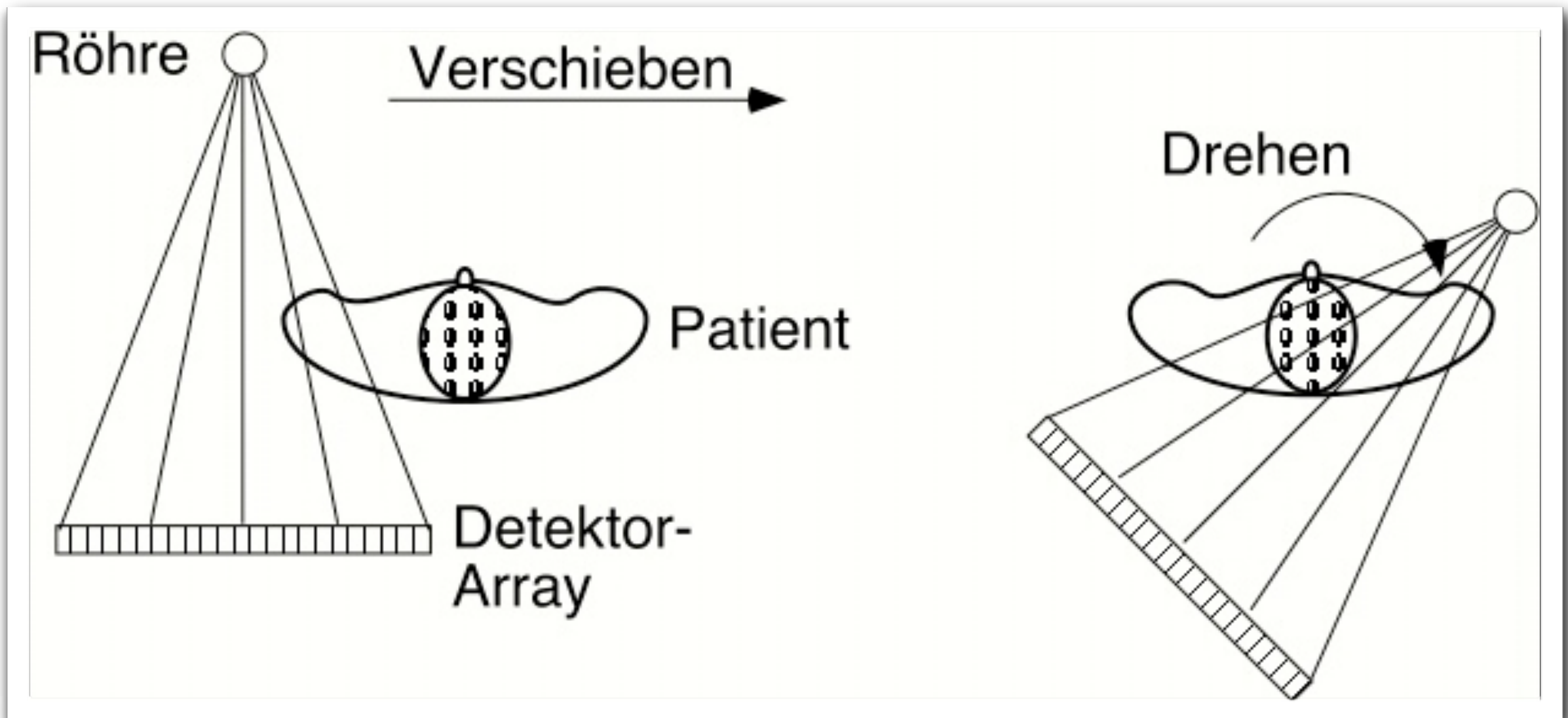
Godfrey Newbold Hounsfield

Entdeckung der Computed Tomography 1970, Nobelpreis 1979

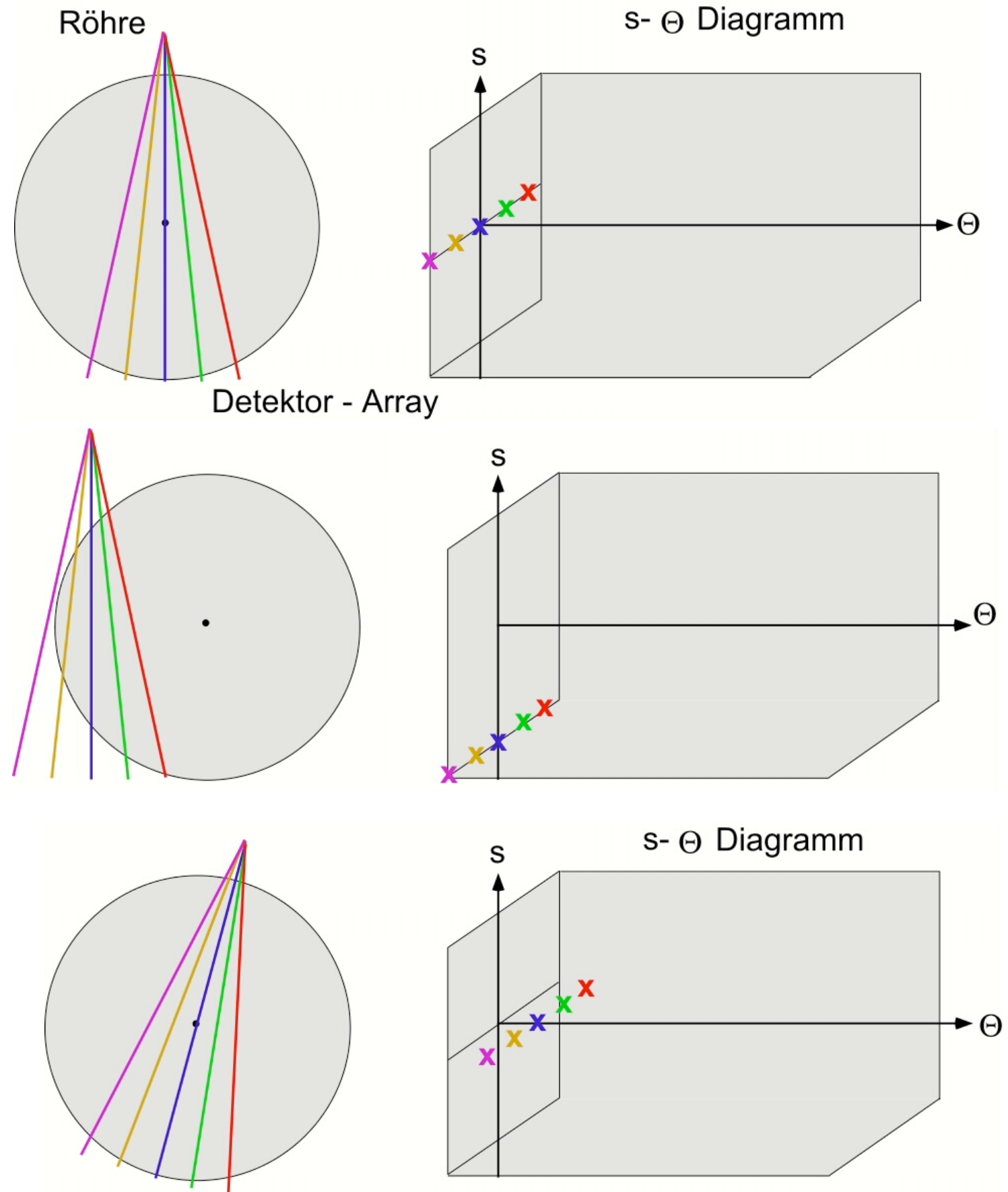


Prinzipieller Aufbau eines CT Scanners der 2. Generation

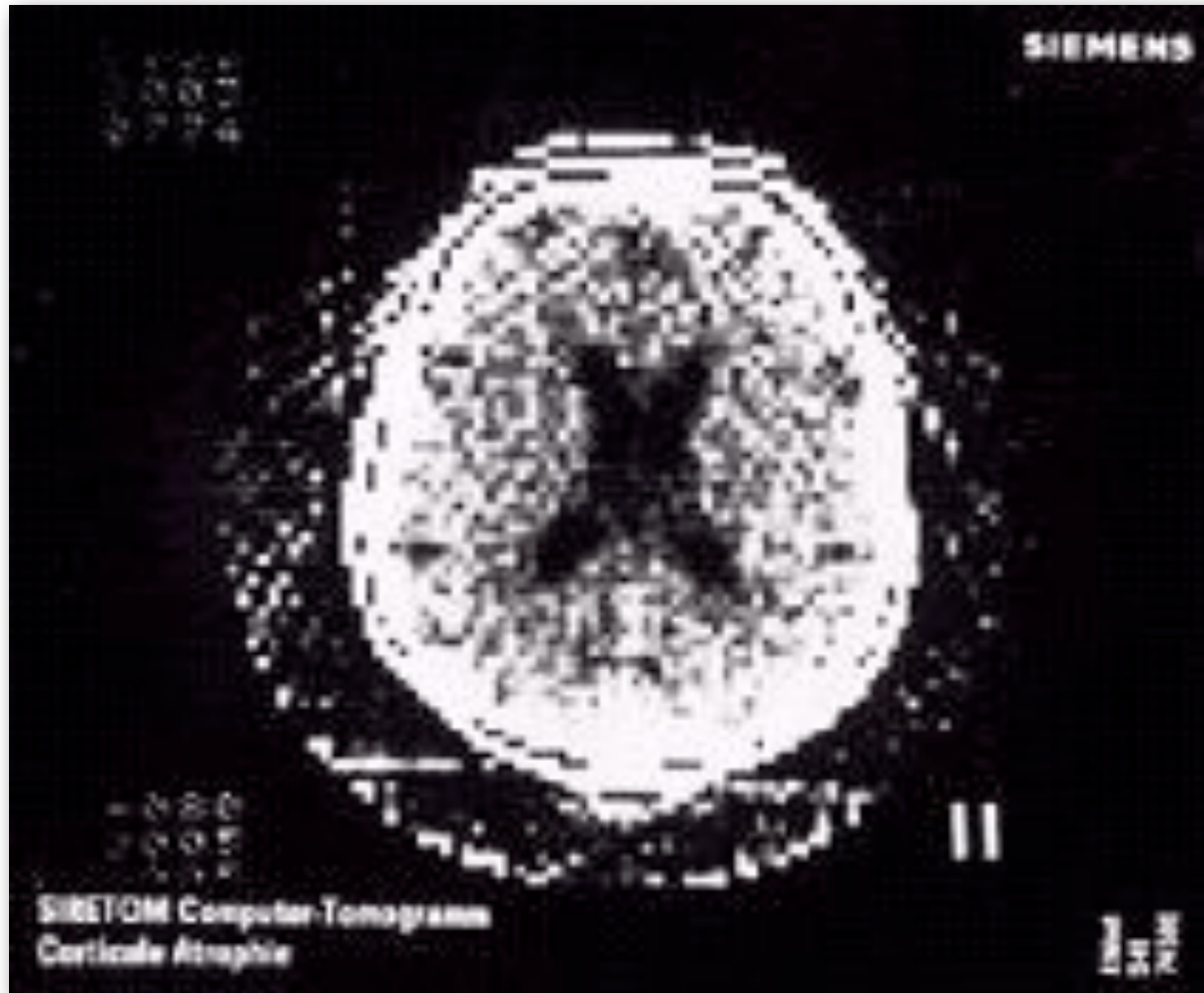
ca. 1974, 30 Detektoren in einer Zeile, Aufnahmezeit ca. 20sec



CT-Scanner, 2. Generation „Teil Fächerstrahl“



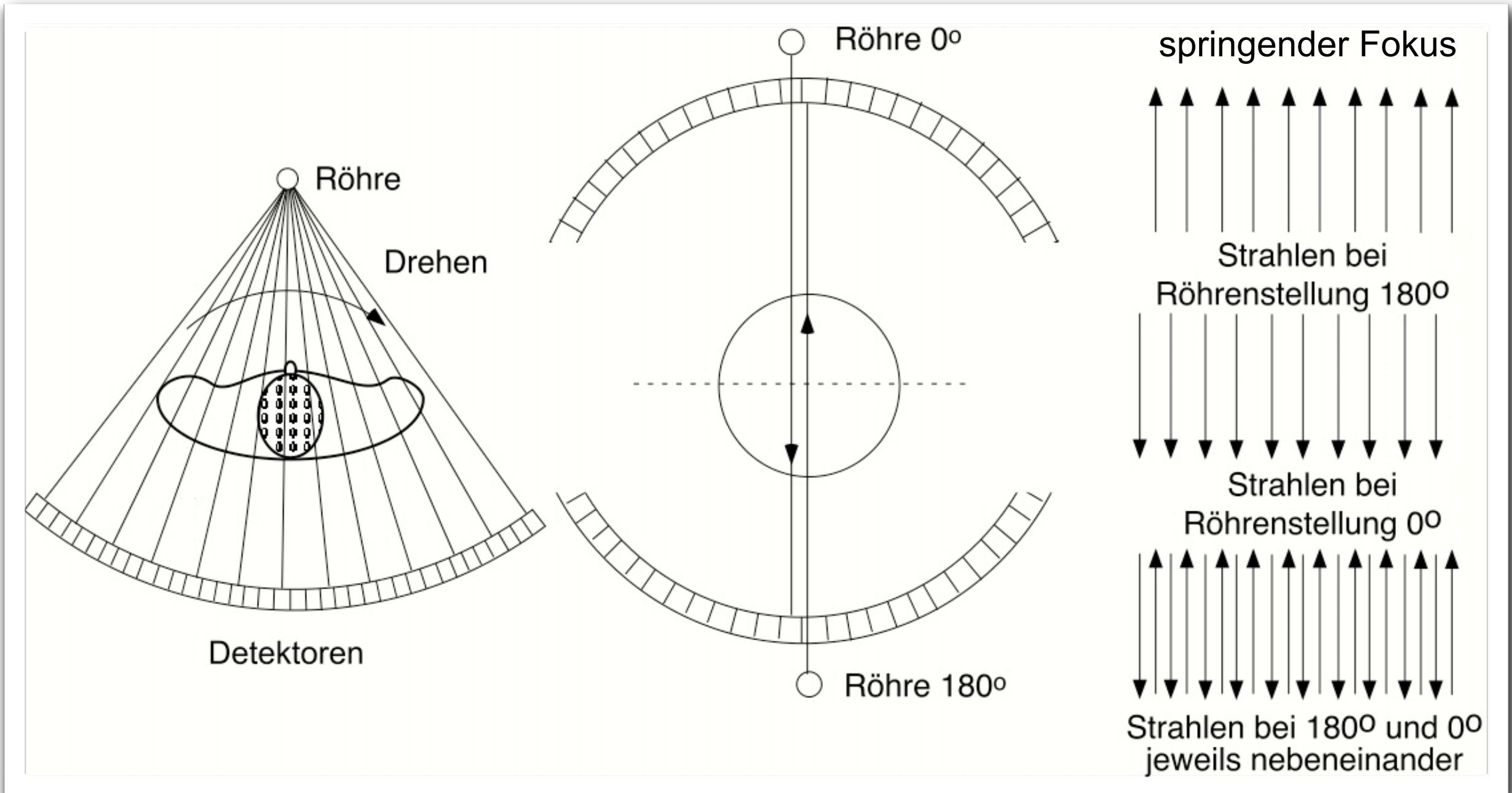
CT Scanner, 2. Generation, 1974 und heute



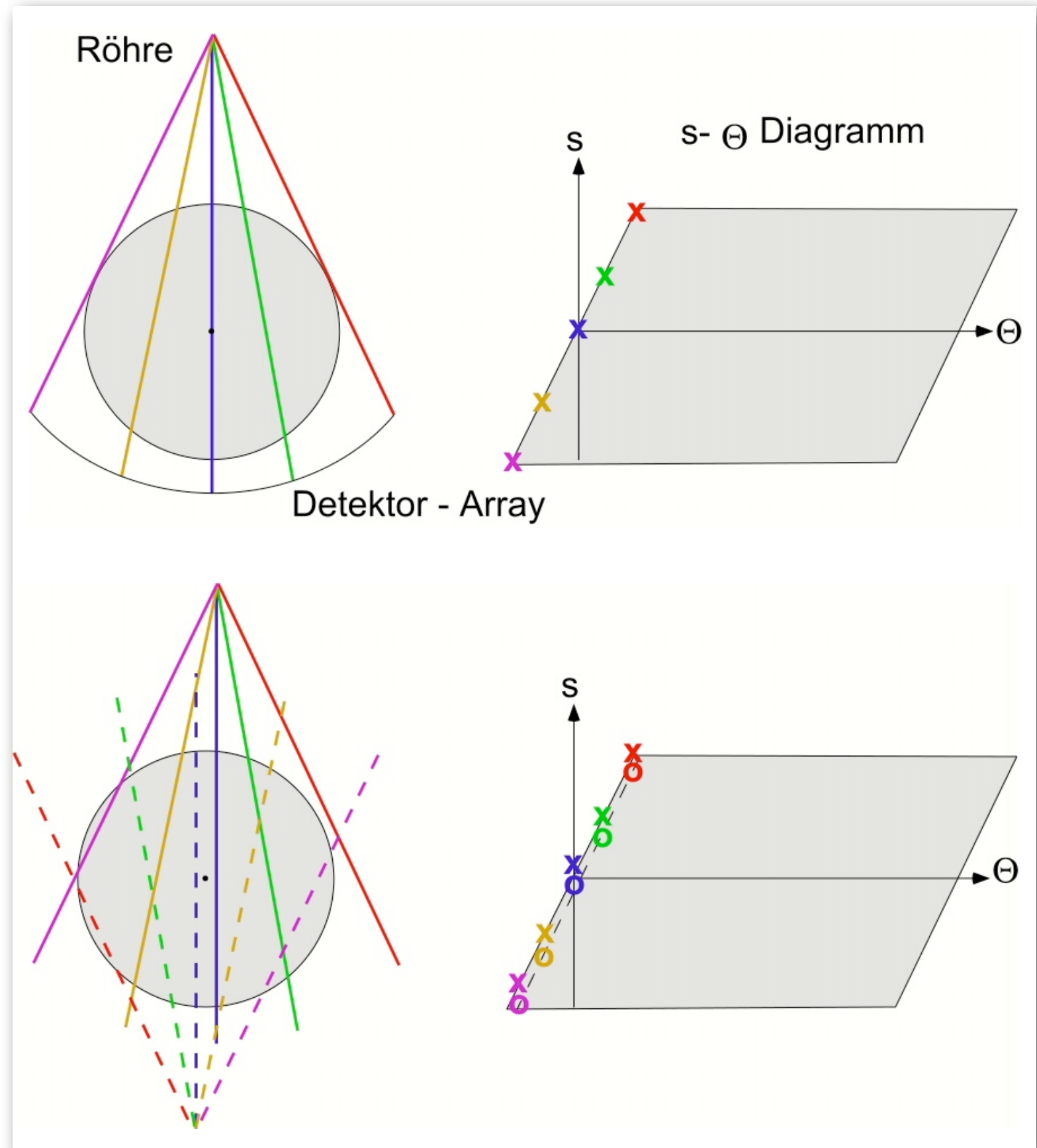
heute

CT-Scanner der 3. Generation

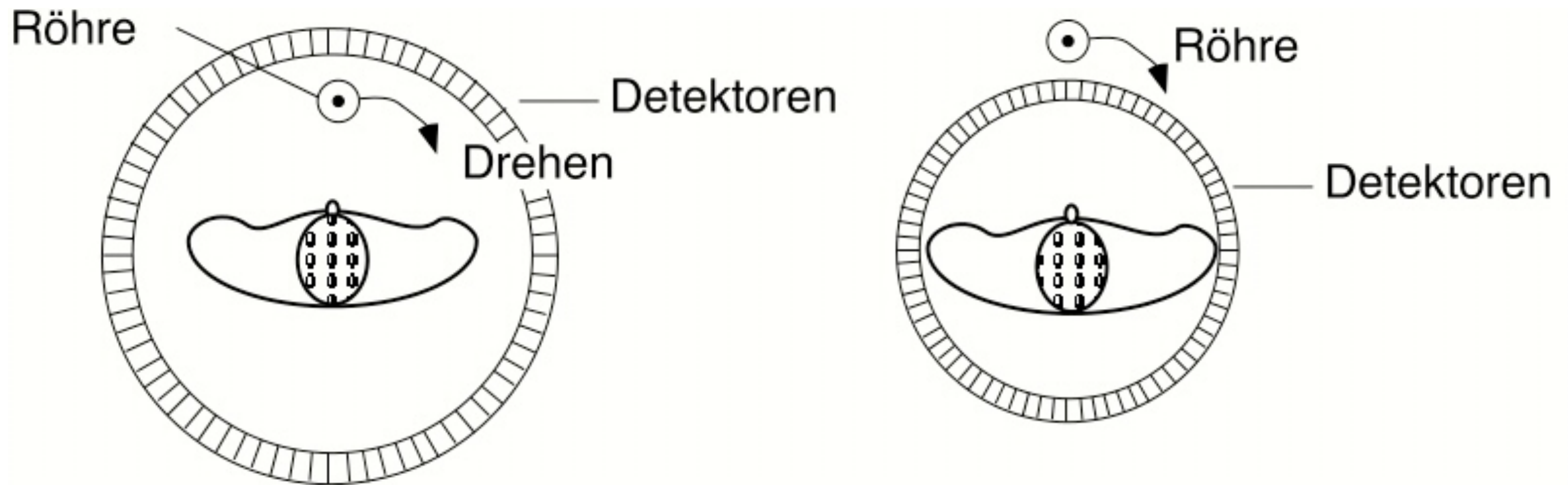
ab ca. 1976, 800 Detektoren in einer Zeile, Aufnahmezeit 1000 Projektionen pro sec



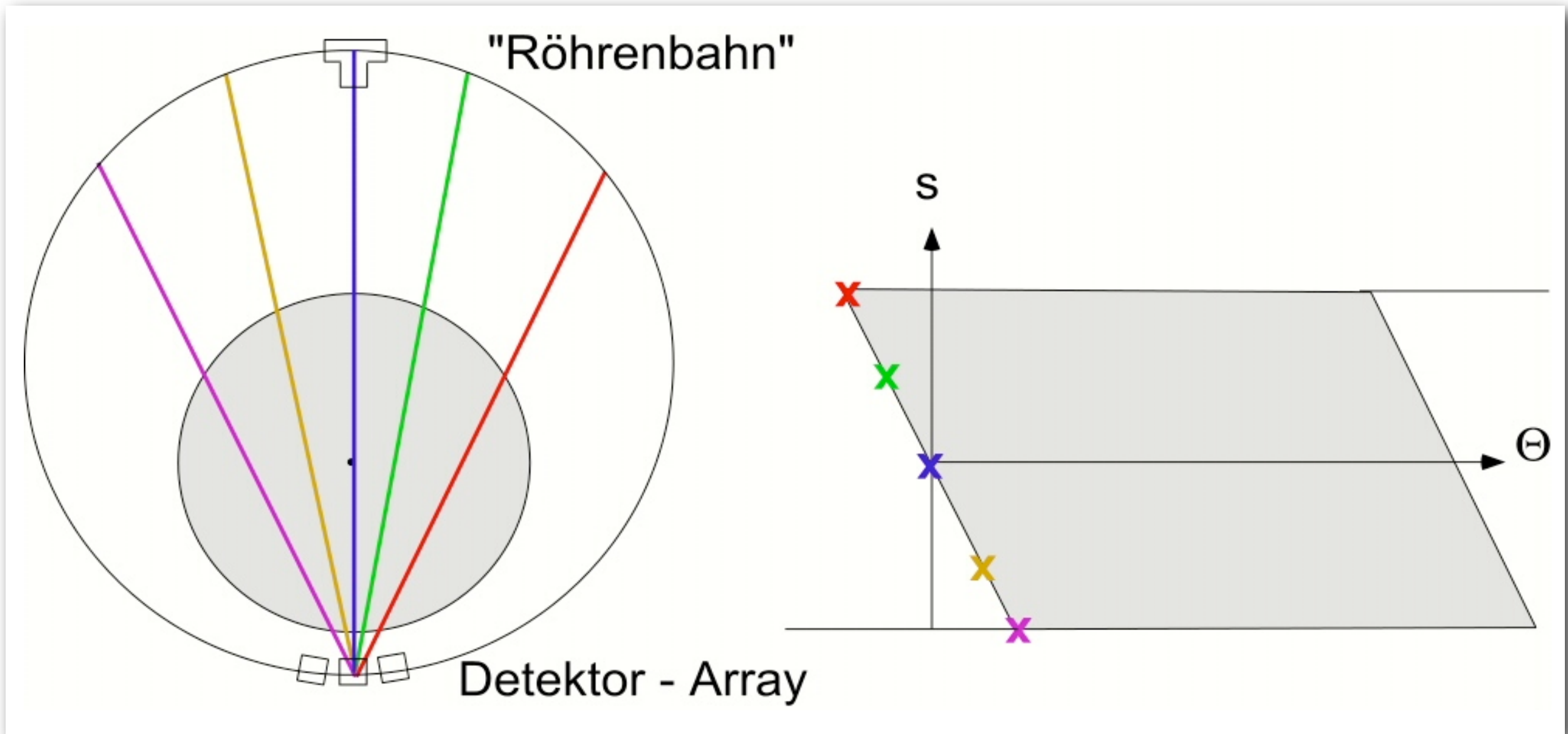
CT-Scanner, der 3. Generation „Voll Fächerstrahl“



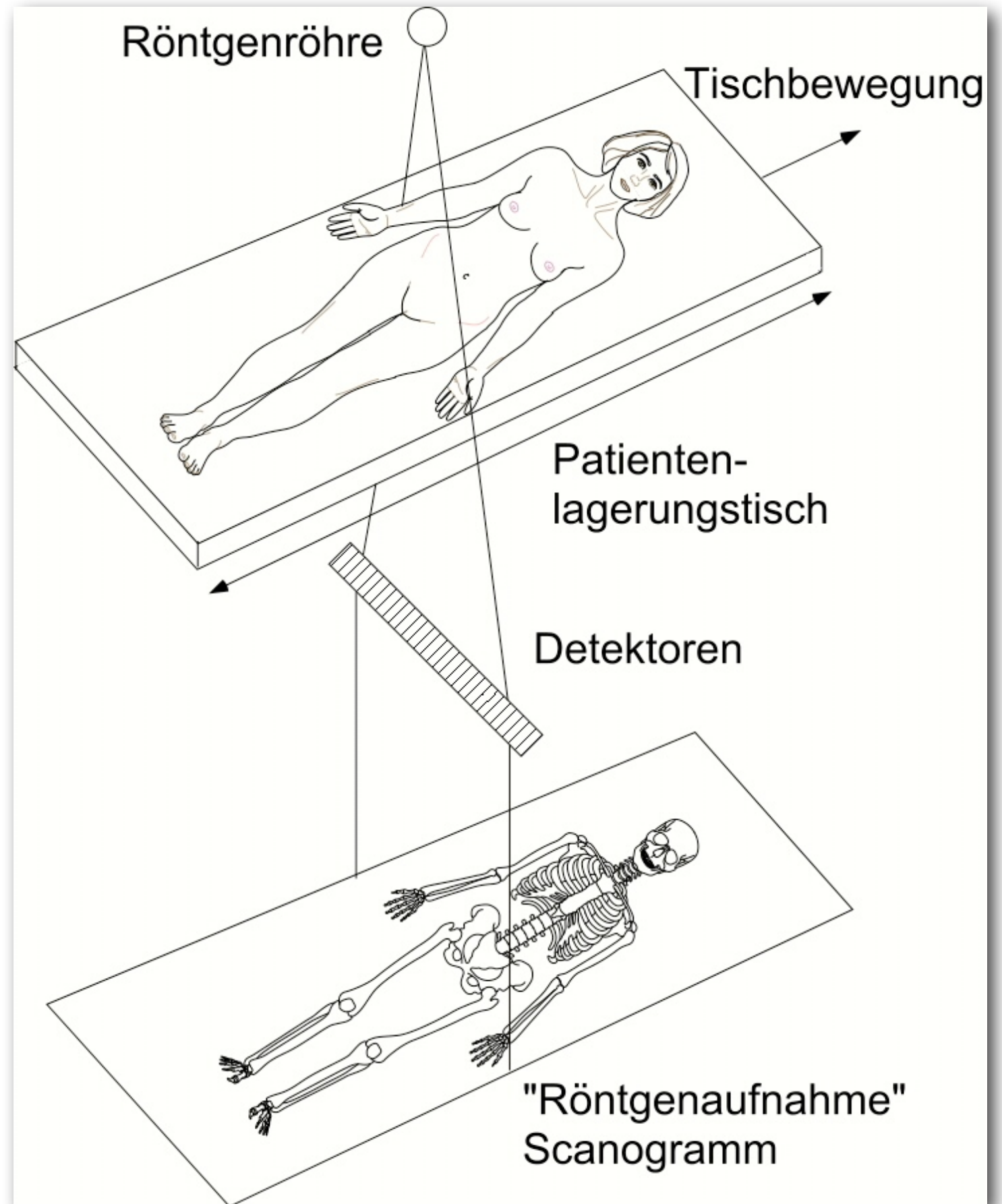
CT-Scanner der 4. Generation



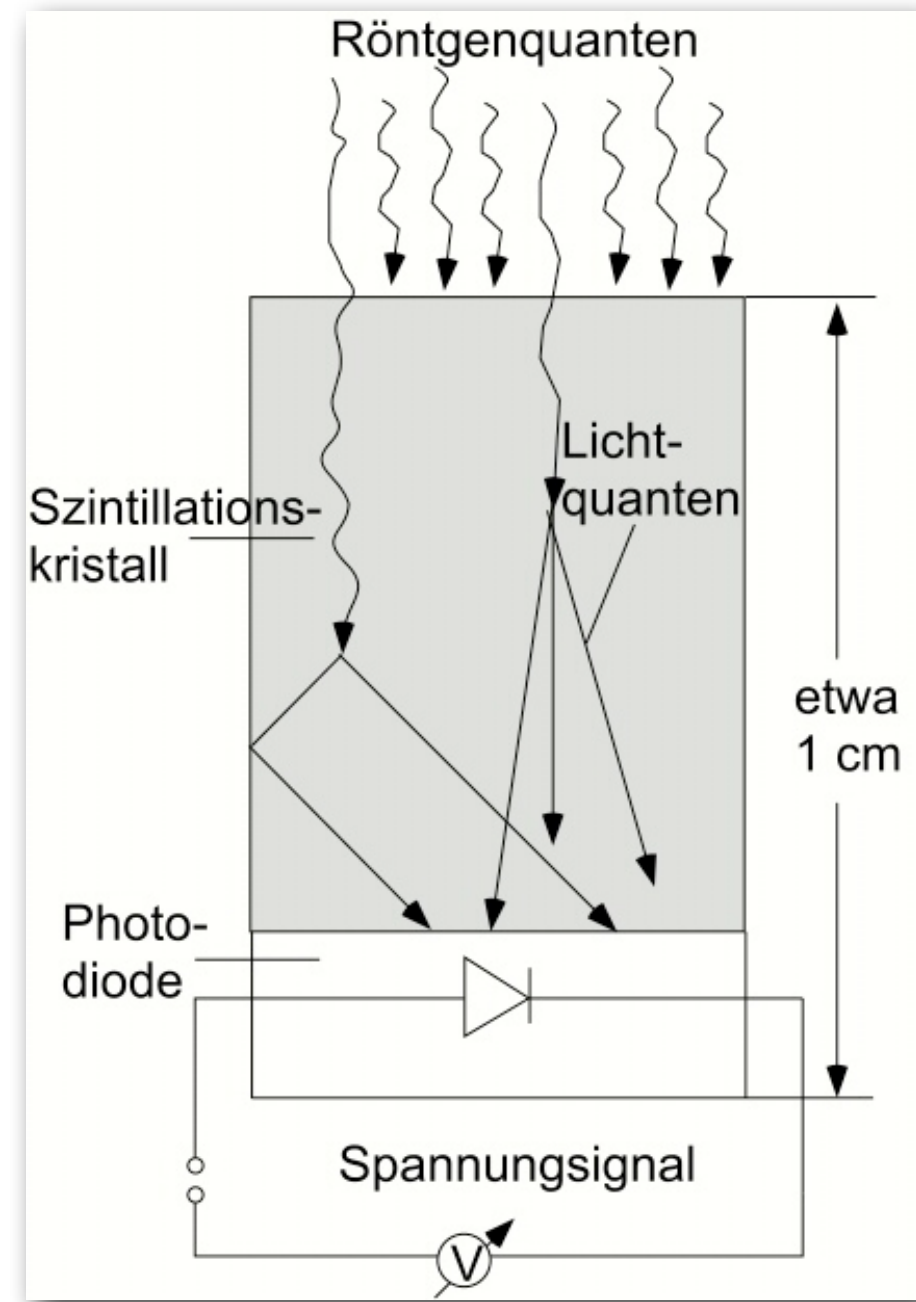
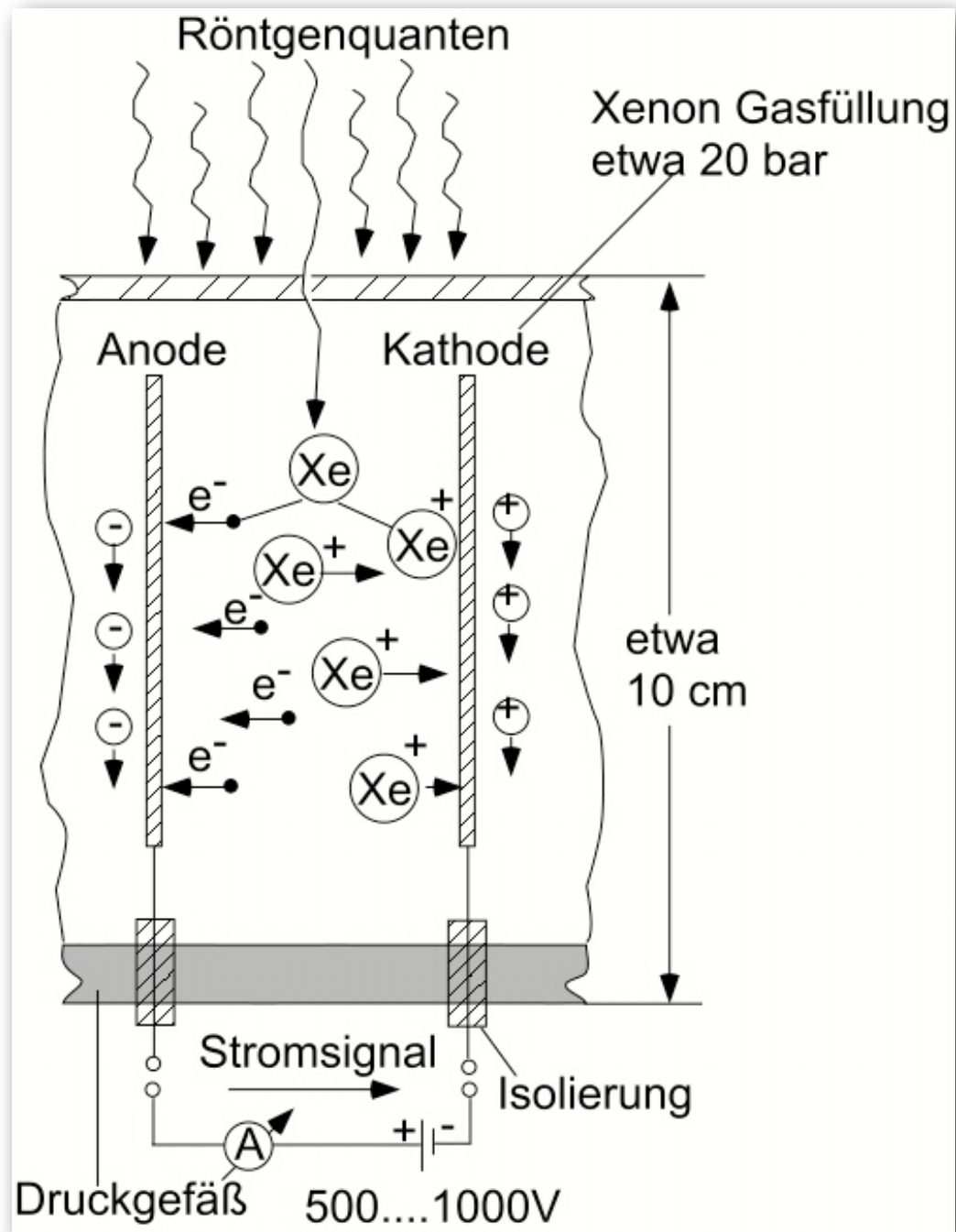
Datengewinnung im Radon-Raum beim CT-Scanner der 4. Generation



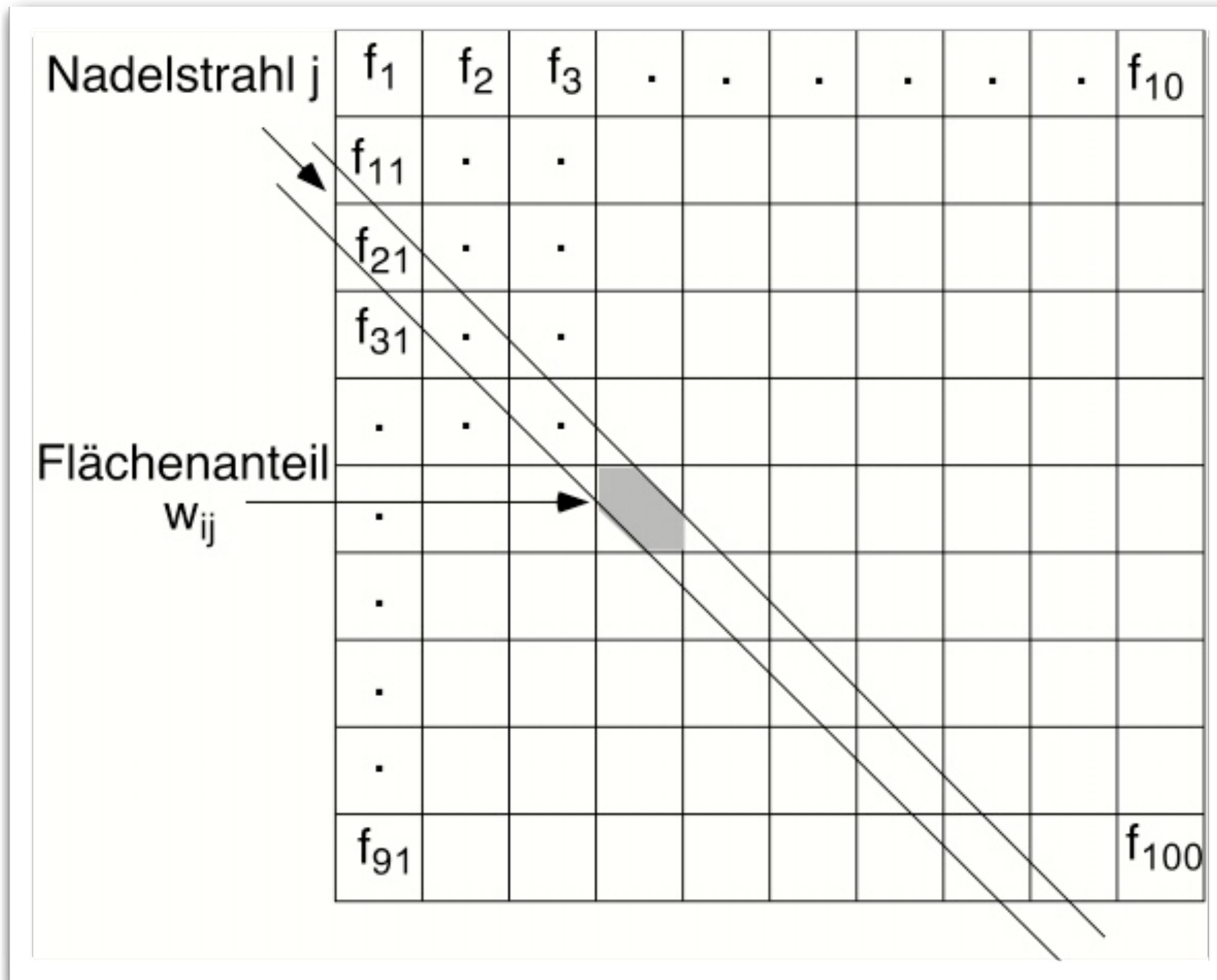
Scanogramm



Schematischer Aufbau von Xenon-Hochdruckionisationskammern und Szintillationskristall mit Photodiode



Zeilenweise Durchnummerierung der gesuchten Grauwerte im Bild am Beispiel eines 10x10 Bildes



Gesucht wird der Array f .
Gemessen werden die
Linienintegrale p .

$$\begin{aligned} p_1 &= w_{11}f_1 + w_{12}f_2 \dots w_{1N}f_N \\ p_2 &= w_{21}f_1 + w_{22}f_2 \dots w_{2N}f_N \\ &\vdots \\ p_M &= w_{M1}f_1 + w_{M2}f_2 \dots w_{MN}f_N \end{aligned}$$

Iterative Lösung

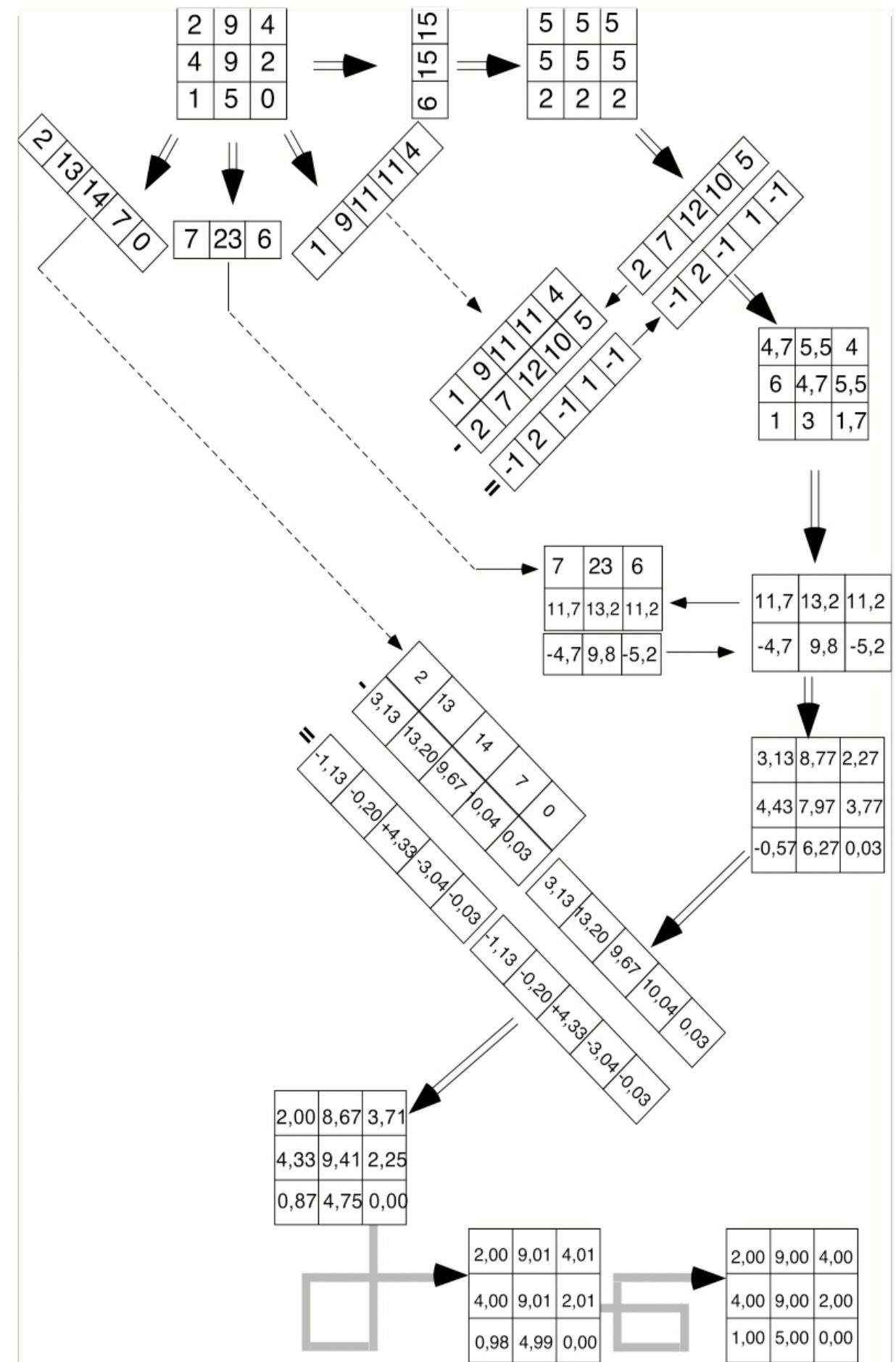
$$\vec{f}^{(k)} = \vec{f}^{(k-1)} - \frac{\left(\vec{f}^{T(k-1)} \cdot \vec{w}_k \right) - p_k}{\left(\vec{w}_k \cdot \vec{w}_k \right)} \cdot \vec{w}_k$$

$\vec{f}^{(k)} = \left(f_1^{(k)}, \dots, f_N^{(k)} \right)^T$ gesuchter Lösungsvektor nach der k-ten Iteration

$\vec{w}_j = \left(w_{j1}, \dots, w_{jN} \right)^T$ Gewichtungsfaktoren zum Nadestrahl j

p_j = Messwert zum Nadestrahl j

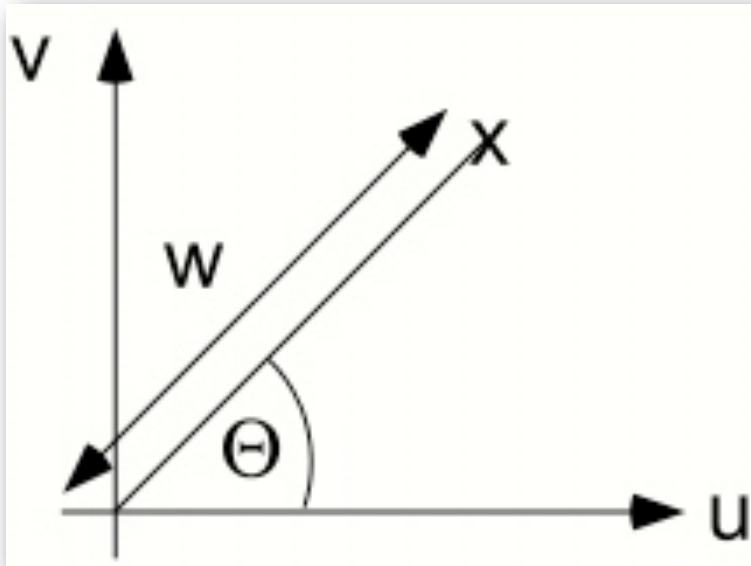
Iterative Lösungsmethode in der CT



CT-Rekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion

- Ableitung der Grundgleichung -

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot (ux + vy)} du dv$$



Übergang zu Zylinderkoordinaten

$$u = w \cdot \cos \Theta$$

$$v = w \cdot \sin \Theta$$

$$du dv = w \cdot dw \cdot d\Theta$$

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(w, \Theta) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w(x \cos \Theta + y \sin \Theta)} w dw d\Theta$$

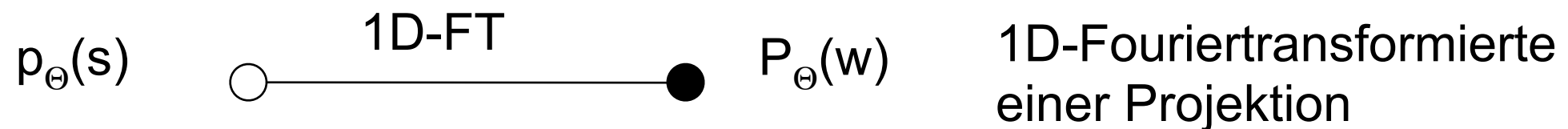
CT-Rekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion

- Ableitung der Grundgleichung -

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(w, \Theta) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w (x \cos \Theta + y \sin \Theta)} |w| dw d\Theta$$

$$F(w, \Theta) = P_{\Theta}(w)$$

nach dem Fourier-Scheiben-Theorem



$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} P_{\Theta}(w) \cdot |w| \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w s} dw \right] d\Theta \quad s = x \cos \Theta + y \sin \Theta$$

CT-Rekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion

- Gefilterte Projektion -

$$\tilde{p}_{\Theta}(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\Theta}(w) \cdot |w| \cdot e^{j2\pi \cdot ws} dw$$

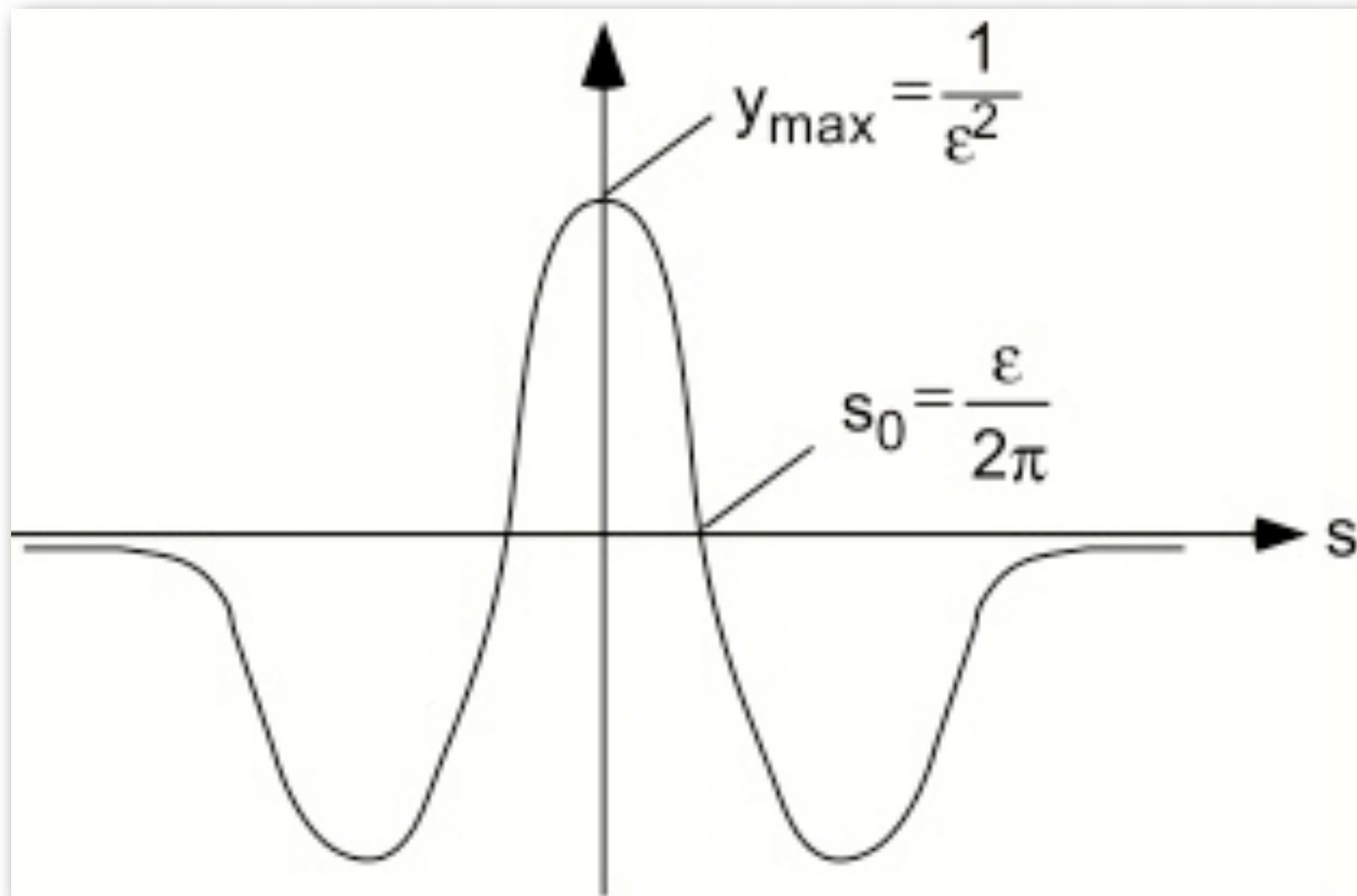
$$p_{\Theta}(s) \quad \circ \text{---} \bullet \quad P_{\Theta}(w)$$

$$h(s) \quad \circ \text{---} \bullet \quad |w|$$

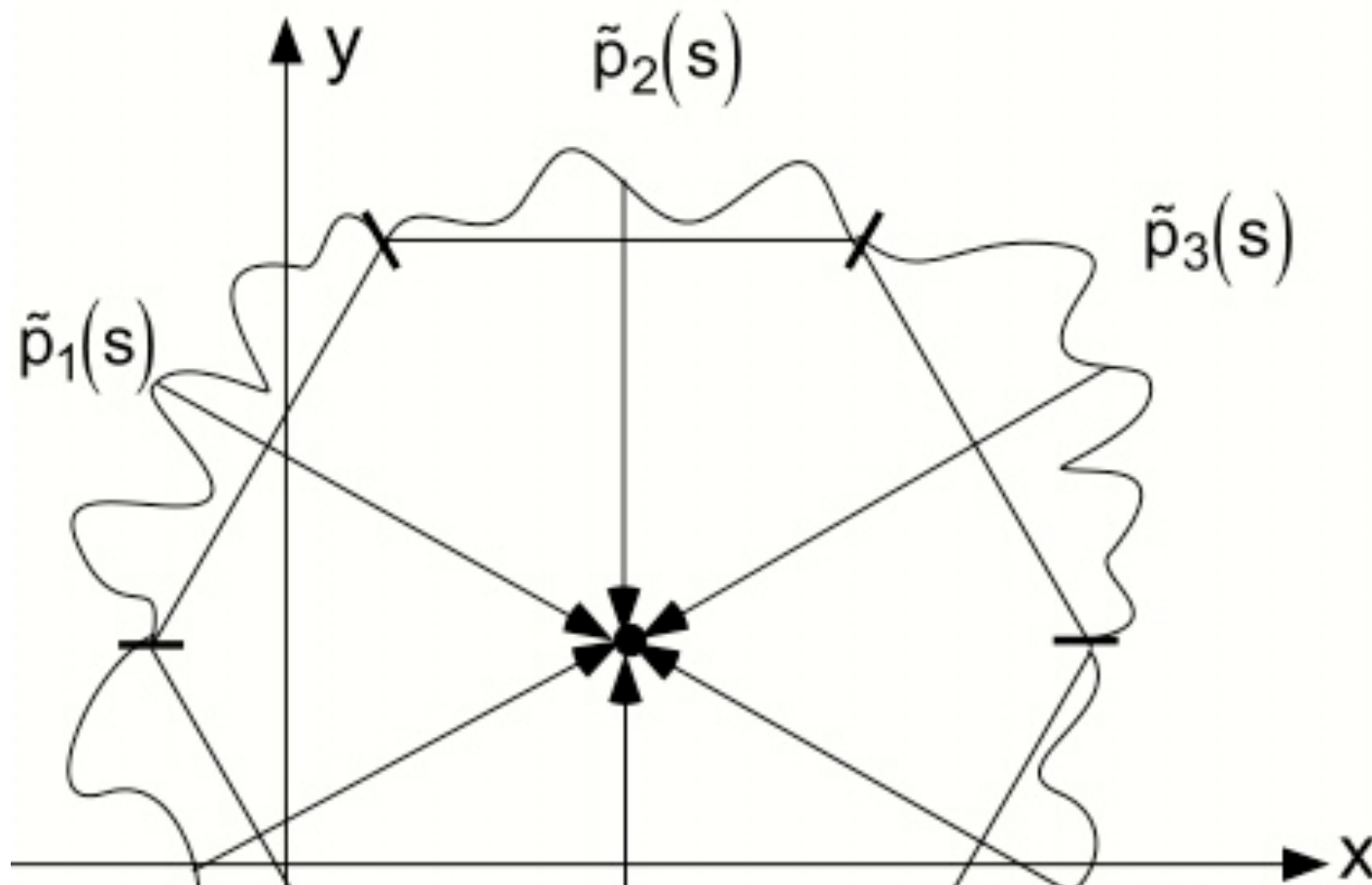
$$\tilde{p}_{\Theta}(s) = p_{\Theta}(s) * h(s) \quad \circ \text{---} \bullet \quad P_{\Theta}(w) \cdot |w|$$

$$\frac{\varepsilon^2 - (2\pi s)^2}{(\varepsilon^2 + (2\pi s)^2)^2} \quad \circ \text{---} \bullet \quad |w| \cdot e^{-\varepsilon |w|}$$

Die inverse Fouriertransformierte von $|w| \cdot e^{-\varepsilon w}$

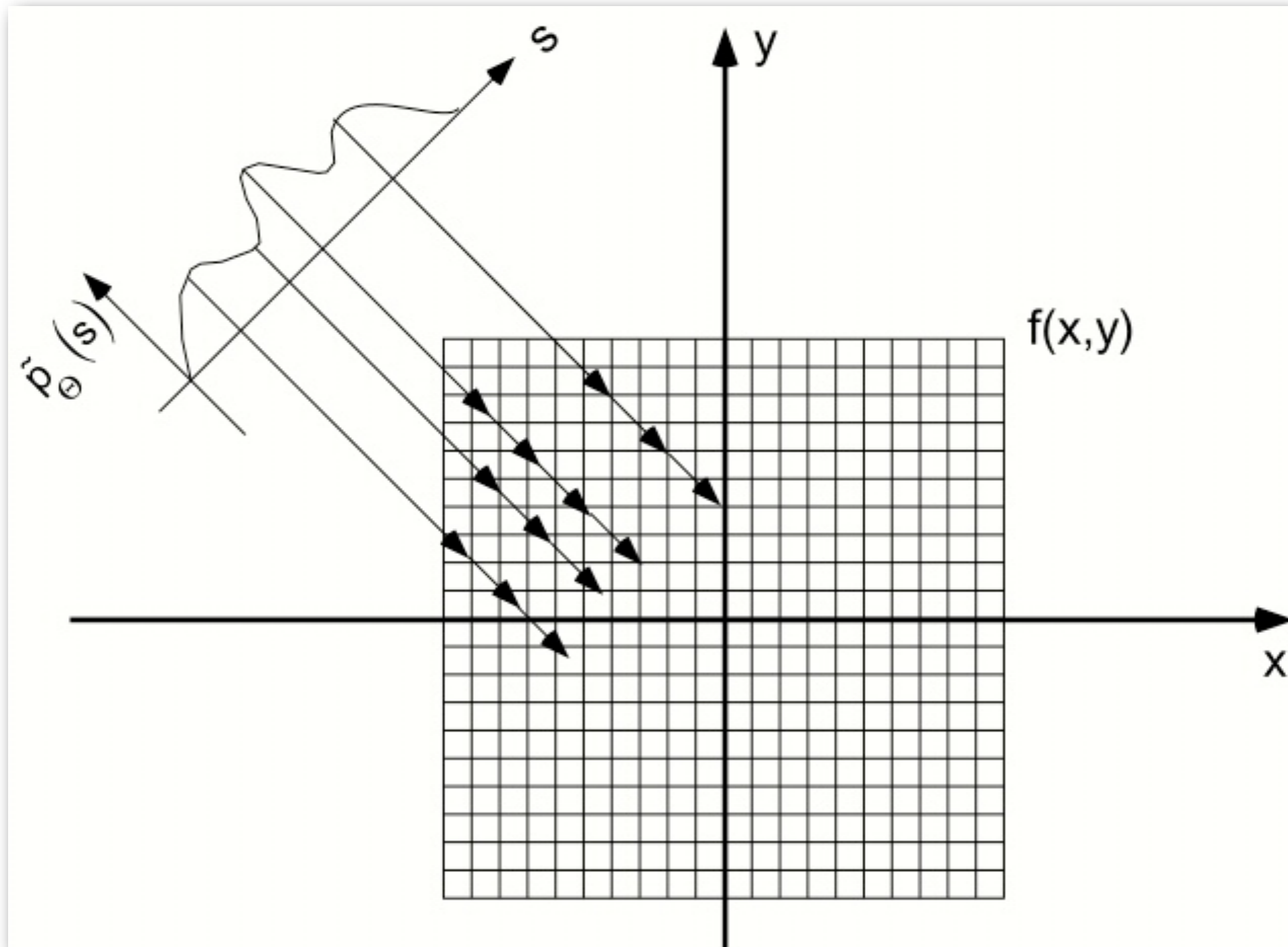


Aufsummieren über alle gefilterten Projektionen

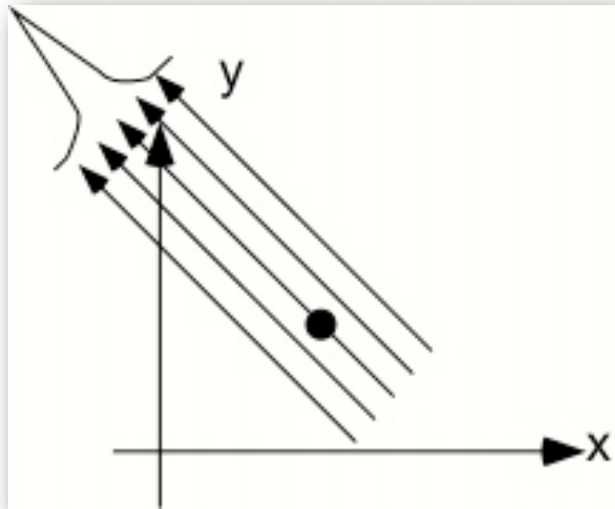


$$\begin{aligned} f(x, y) &= \int_0^{\pi} \tilde{p}_{\Theta}(s) d\Theta \\ &= \int_0^{\pi} \tilde{p}_{\Theta}(x \cos \Theta + y \sin \Theta) d\Theta \end{aligned}$$

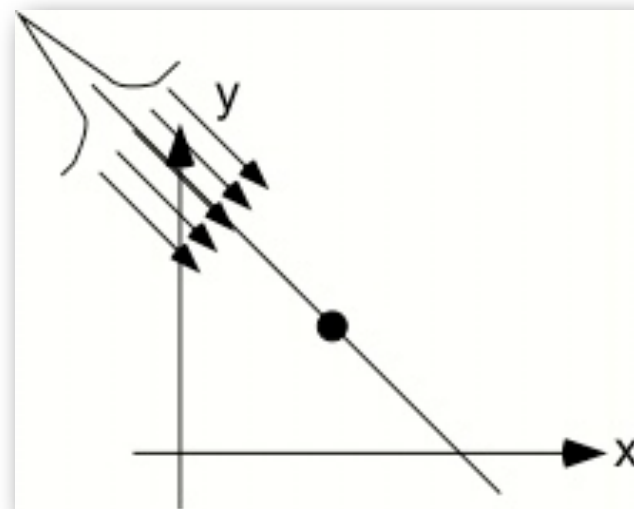
Prinzip der Rückprojektion



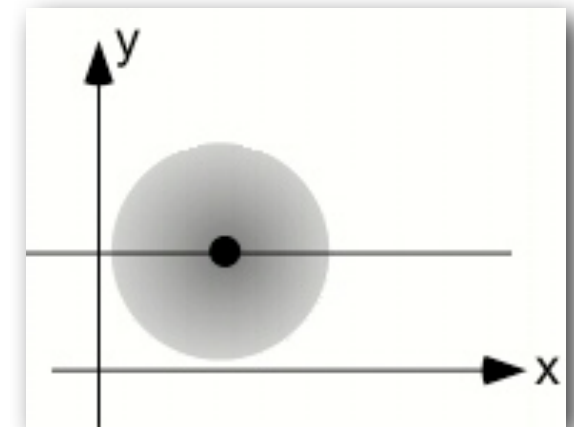
Ungefilterte und gefilterte Rückprojektion



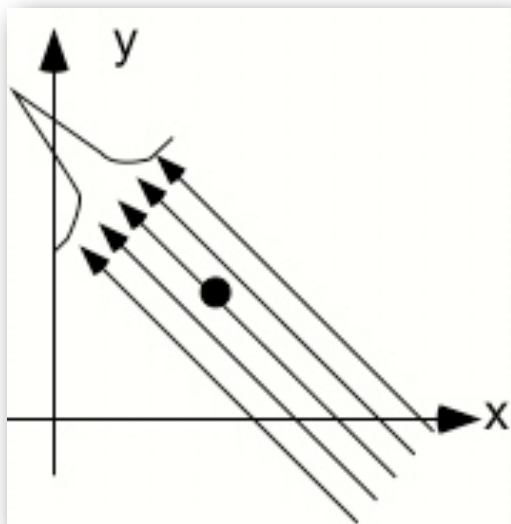
Messung



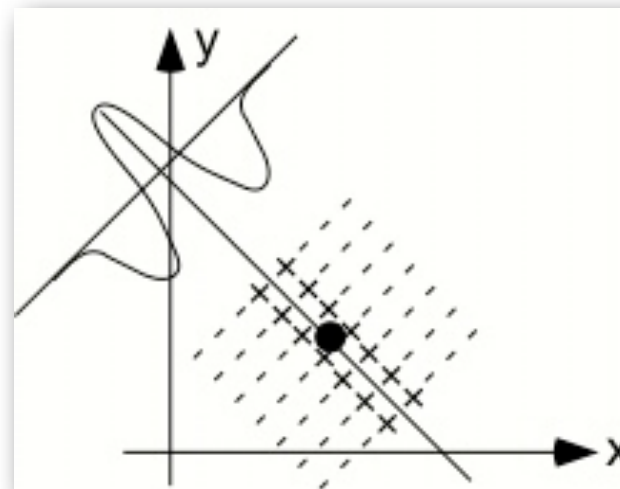
ungefilterte Rückprojektion
einer Messung



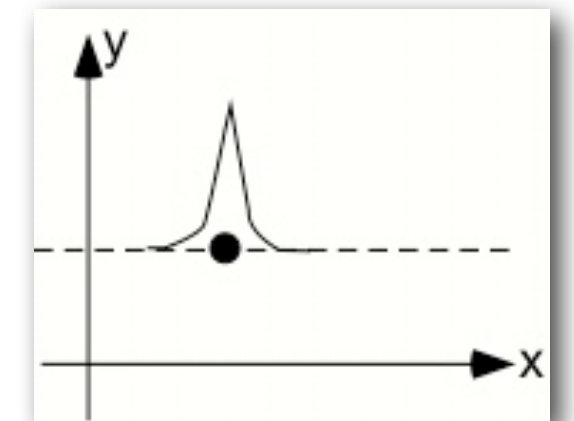
ungefilterte Rückprojektion
alle Messungen



Messung

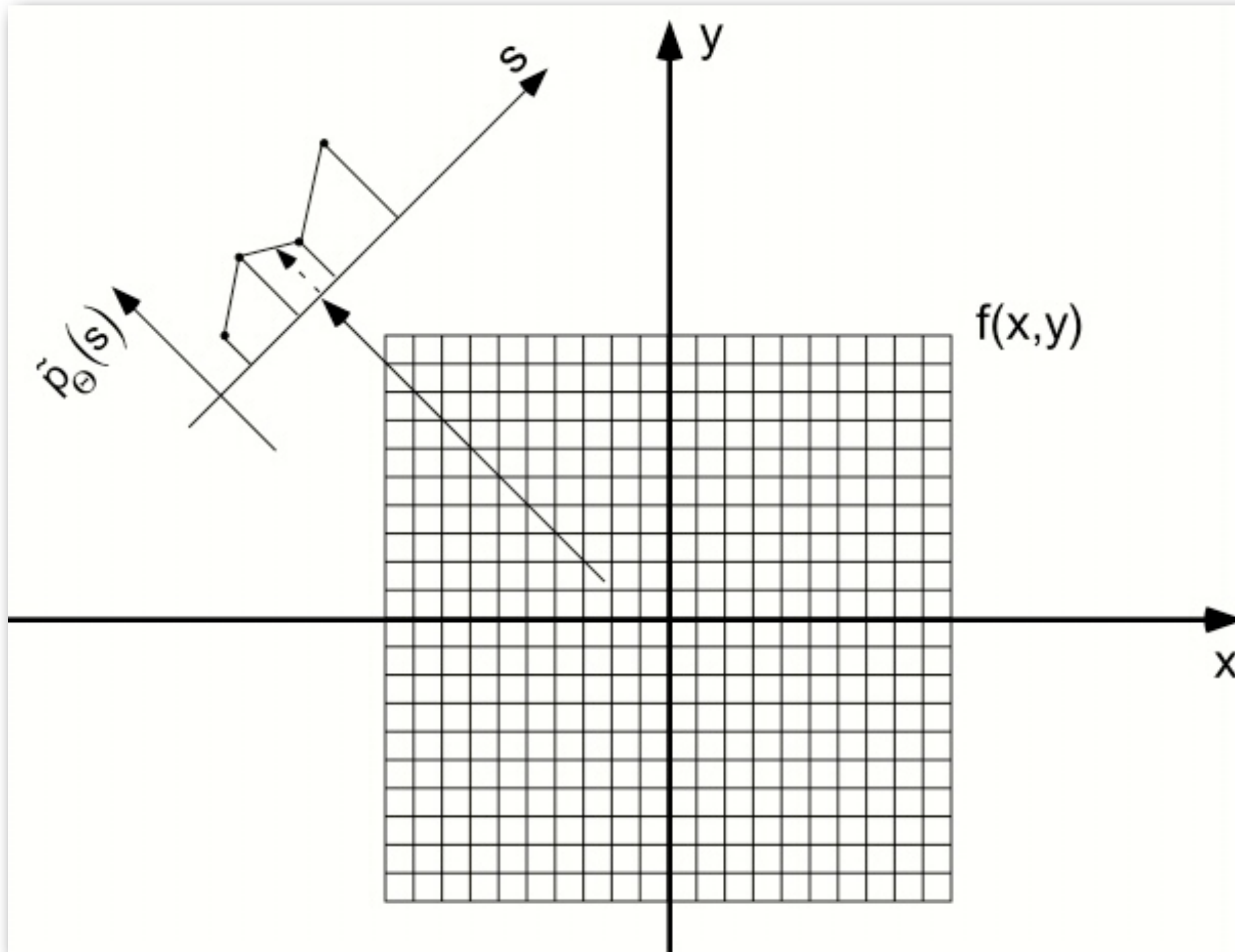


gefilterte Rückprojektion
einer Messung



gefilterte Rückprojektion
aller Messungen

Interpolation bei der Rückprojektion



Überbewertung hoher Raumfrequenzen

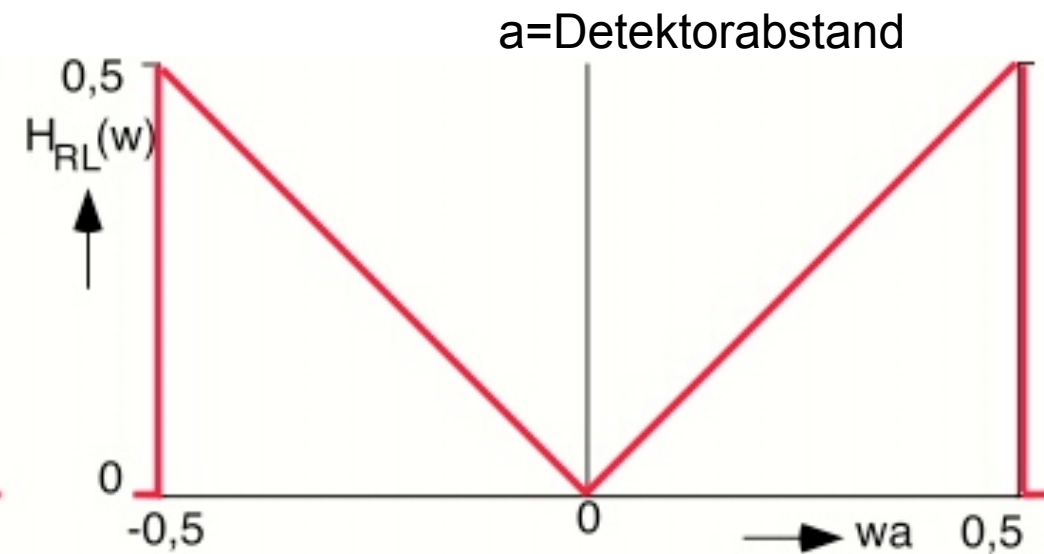
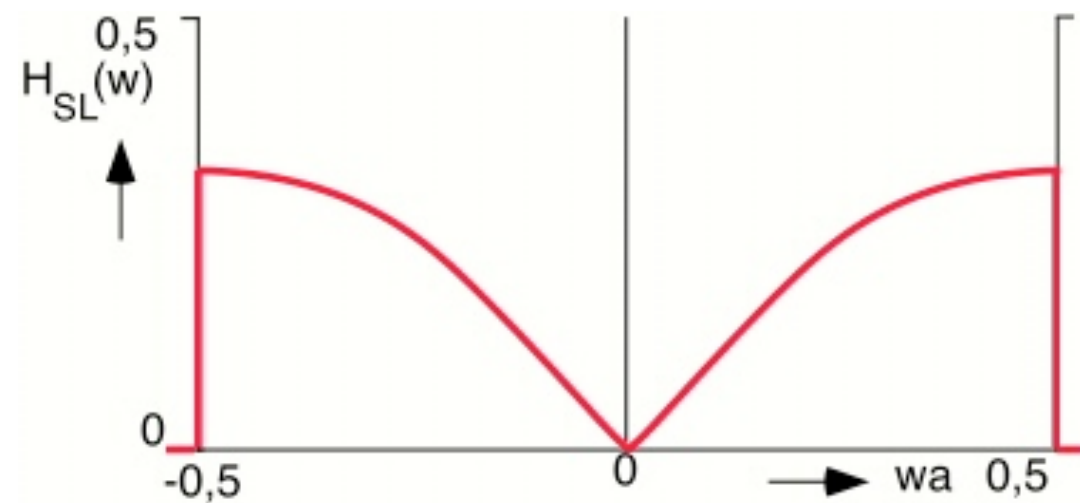
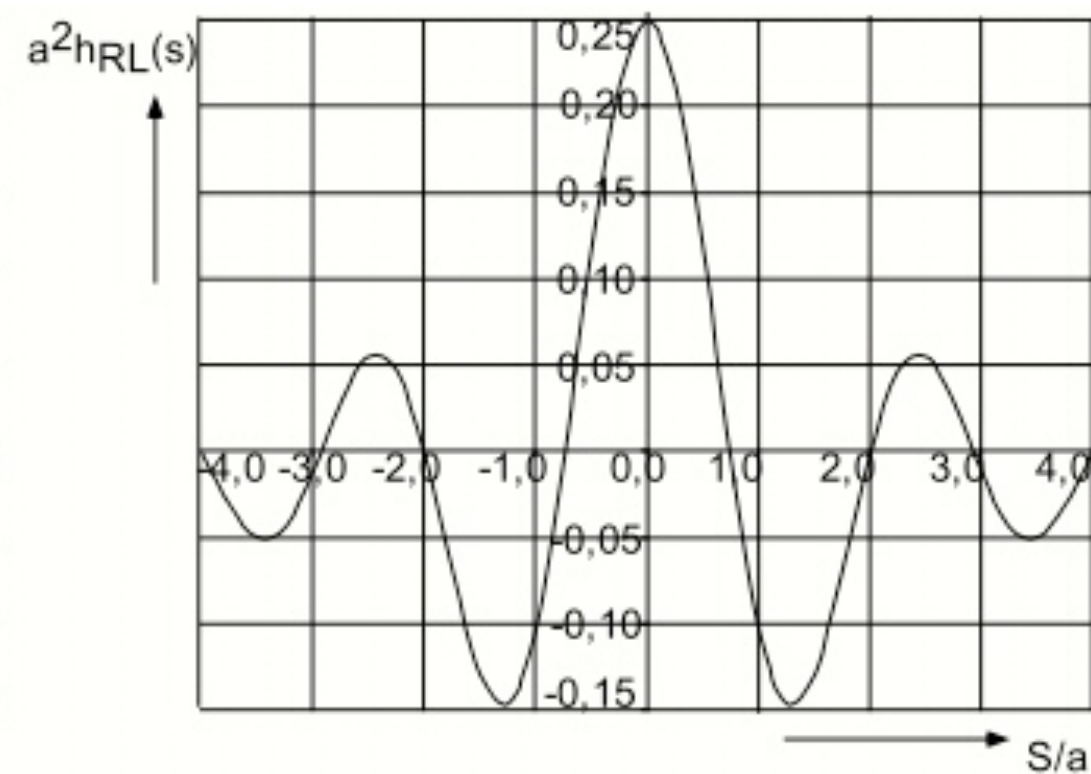
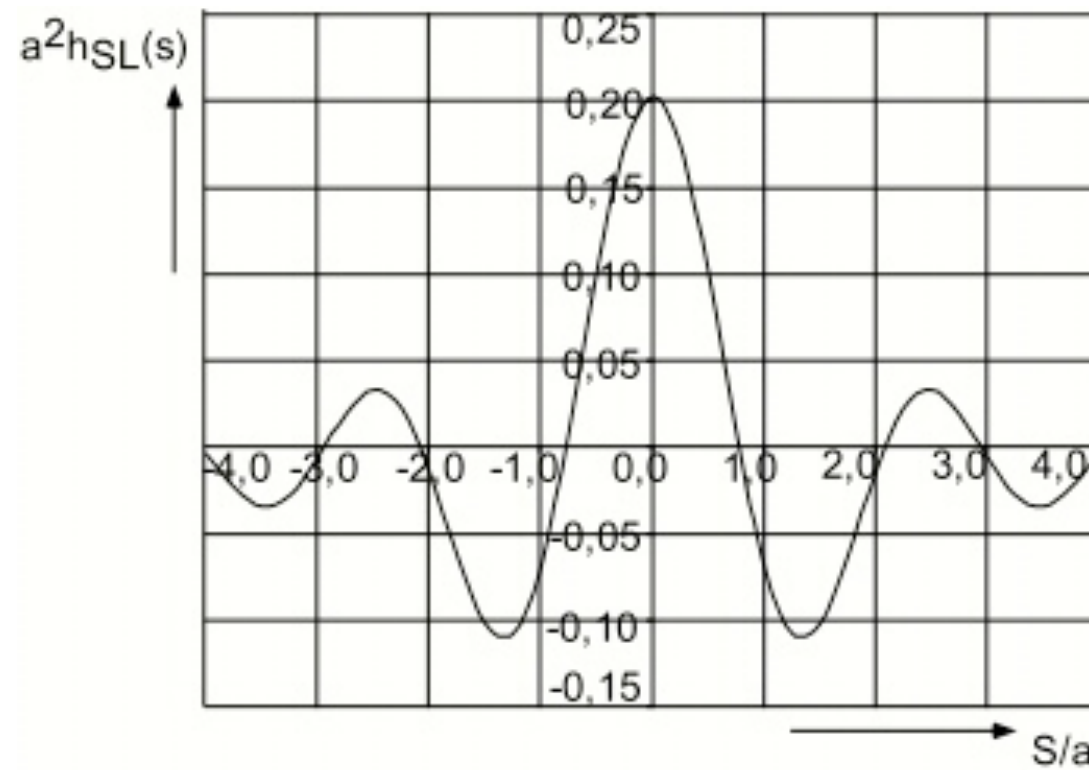
$$f(x, y) = \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^{+\infty} P_\Theta(w) \cdot |w| \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w s} dw \right] d\Theta$$

$|w|$ wird zu großen w immer größer!
außerdem: durch das digitale Abtasten sind Raumfrequenzen oberhalb von $1/(2\Delta s)$ nicht bekannt!

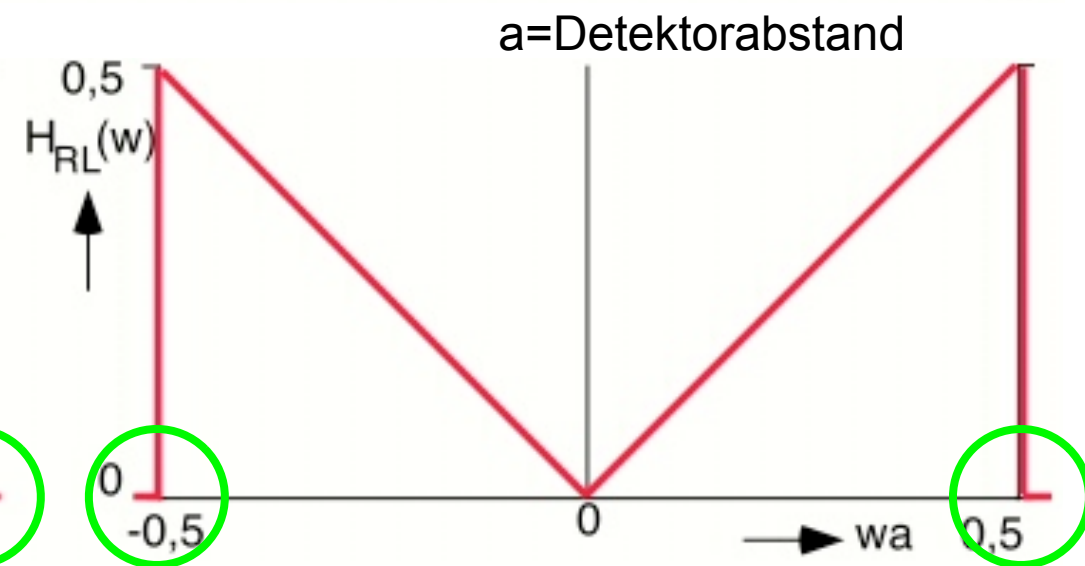
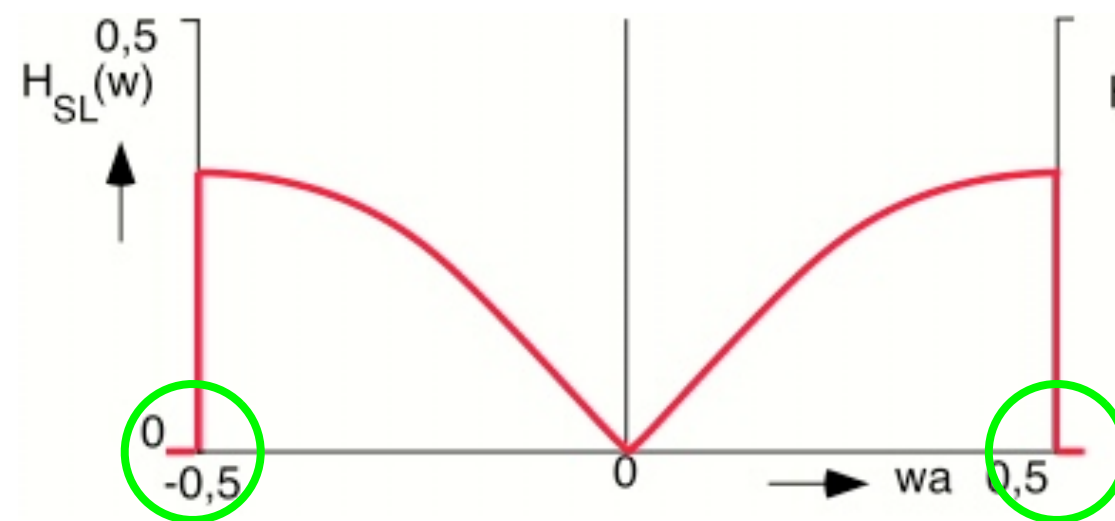
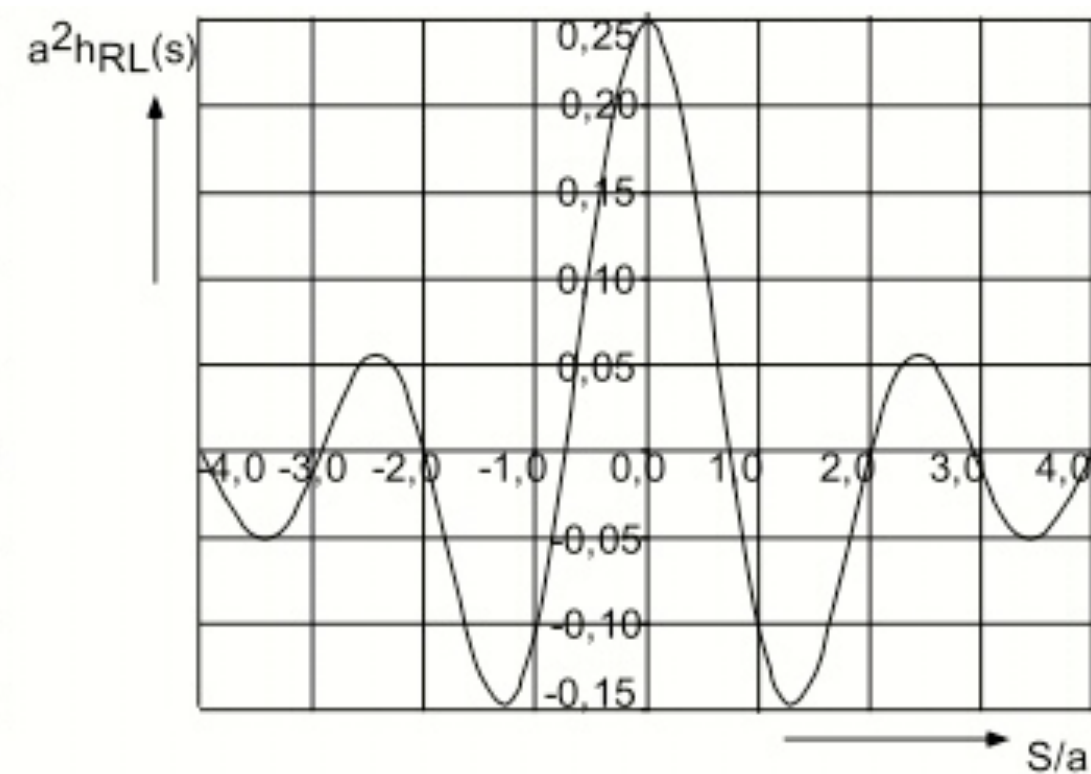
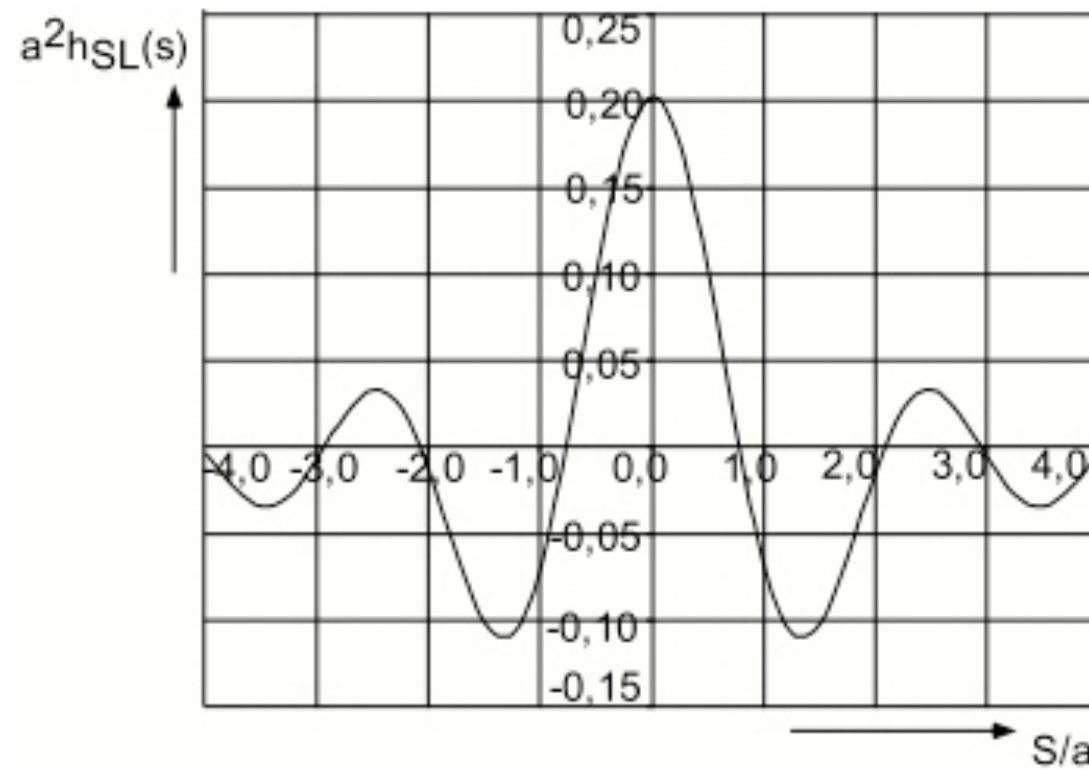
Lösung: Ersetze $H(w)=|w|$ durch eine andere Filterfunktion $H_{SL}(w)$ oder $H_{RL}(w)$

$$\tilde{p}_\Theta(s) = \int P_\Theta(w) \cdot H(w) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w s} dw$$

Filterfunktion nach Shepp und Logan und Ramachandran und Lakshminarayanan



Filterfunktion nach Shepp und Logan und Ramachandran und Lakshminarayanan



Faltungskern von

Shepp und Logan

Ramachandran u. Lakshminarayan

h_k

$$-\frac{2}{\pi^2 a^2} \frac{1}{4k^2 - 1}$$

$$\frac{1}{4a^2} \quad k = 0$$

$$0 \quad k = \text{gerade}, \neq 0$$

$$-\frac{1}{\pi^2 a^2 k^2} \quad k = \text{ungerade}$$

$h(s)$

$$-\frac{2}{\pi^2 a^2} \frac{1 - 2 \frac{s}{a} \sin \pi \frac{s}{a}}{4 \left(\frac{s}{a} \right)^2 - 1}$$

$$\frac{1}{2a^2} \left\{ \frac{\sin \pi \frac{s}{a}}{\pi \frac{s}{a}} + \frac{\cos \pi \frac{s}{a} - 1}{\left(\pi \frac{s}{a} \right)^2} \right\}$$

$H(|w|)$

$$|w| \cdot \left| \frac{\sin \pi w a}{\pi w a} \right| \text{rect}(2aw)$$

$$|w| \cdot \text{rect}(2aw)$$

Analoge und digitale Filterung

analog

$$\tilde{p}_{\Theta}(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{\Theta}(s) \cdot h(s - s') ds'$$

digital

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{\Theta}(n \cdot \Delta s) &= \Delta s \cdot \sum p_{\Theta}(k \cdot \Delta s) \cdot h(n \cdot \Delta s - k \cdot \Delta s) \\ &= \Delta s \cdot \sum_{k=-K}^{k=+K} p_{\Theta}(n \cdot \Delta s - k \cdot \Delta s) \cdot h(k \cdot \Delta s). \end{aligned}$$

Analoge und digitale Rückprojektion

analog

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \tilde{p}_{\Theta}(s) d\Theta \quad d\Theta \approx \frac{\pi}{M}$$

M=Zahl der Projektionen

digital

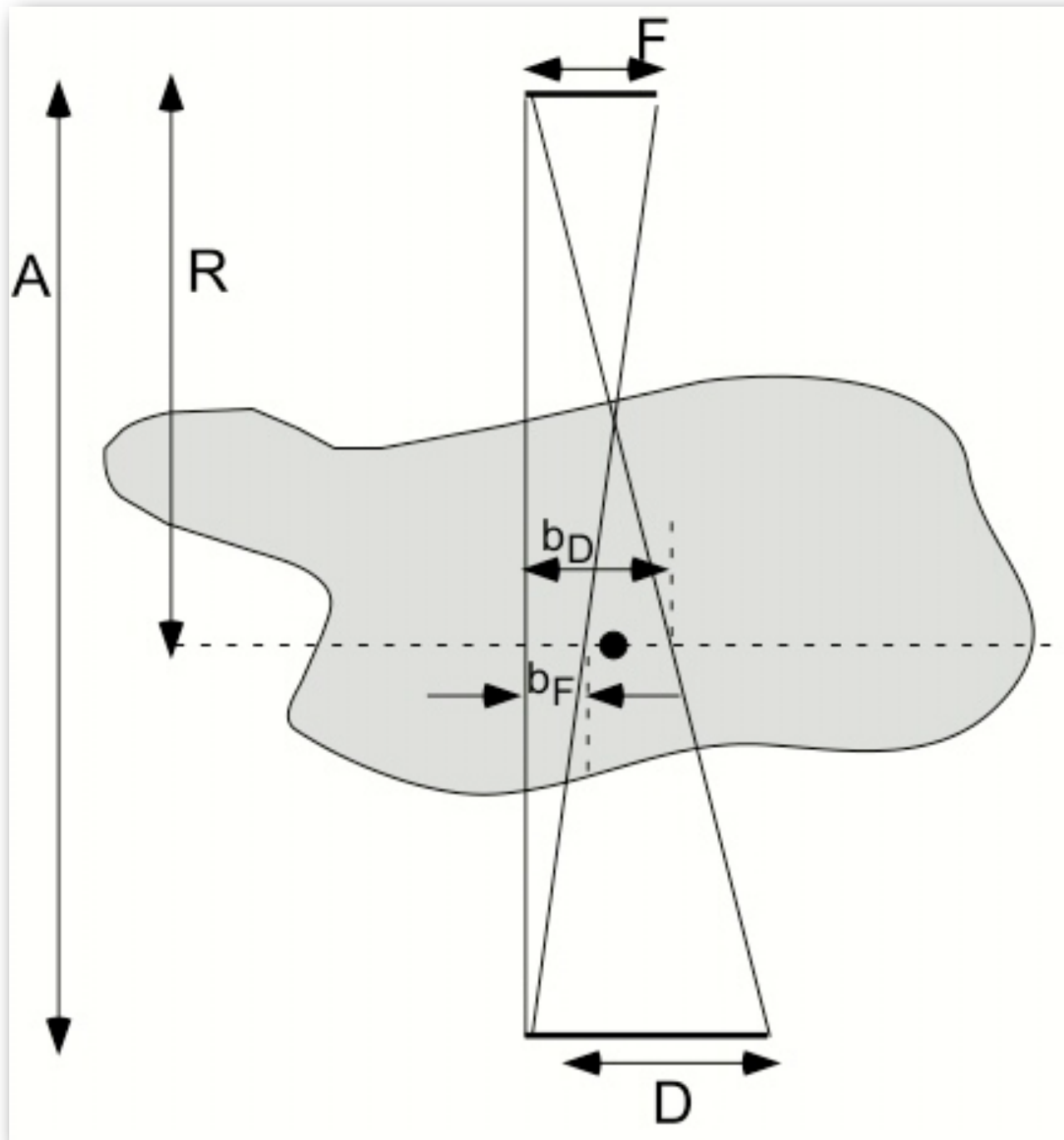
$$f(x, y) = \frac{\pi}{M} \sum_{i=1}^M \tilde{p}_{\Theta} (x \cos \Theta_i + y \sin \Theta_i)$$

geeignete Interpolation

MTF bei der CT

$$\text{MTF}_{\text{CT}} = \text{MTF}_{\text{Strahl}} \cdot \text{MTF}_{\text{Alg}}$$

Verlauf der Röntgenstrahlen im CT-Scanner und Definition der geometrischen Größen



A = Abstand Röhre/Detektor

R = Abstand Röhre/Rotationszentrum

F = Fokusgröße in der Röhre

D = Detektorgröße

$$b_F = F \cdot \frac{A-R}{A} \quad \text{effektive Fokusgröße im Zentrum}$$

$$b_D = D \cdot \frac{R}{A} \quad \text{effektive Detektorgröße im Zentrum}$$

$$MTF_{CT} = MTF_{Strahl} \cdot MTF_{Algo}$$

$$MTF_{Strahl}(w) = \left| \frac{\sin(\pi \cdot b_F \cdot w)}{\pi \cdot b_F \cdot w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \cdot b_D \cdot w)}{\pi \cdot b_D \cdot w} \right|$$

$$MTF_{Algo} = \frac{|H(w)| \cdot |G(w)|}{|w|} \quad G(w) = \left(\frac{\sin(\pi \cdot \Delta s \cdot w)}{\pi \cdot \Delta s \cdot w} \right)^2$$

Interpolation

$$MTF_{AlgoSL}(w) = \frac{|w| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \Delta s w)}{\pi \Delta s w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \Delta s w)}{\pi \Delta s w} \right|^2}{|w|} = \left| \frac{\sin(\pi \Delta s w)}{\pi \Delta s w} \right|^3$$

$$MTF_{CT}(w) = \left| \frac{\sin(\pi b_F w)}{\pi b_F w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi b_D w)}{\pi b_D w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \Delta s w)}{\pi \Delta s w} \right|^2 \cdot \frac{|H(w)|}{|w|}$$

Rauschen bei der CT

$$N_{\Theta}(s) = N_0 \cdot e^{-\int \mu(x,y) dl}$$

mit: N_0 = Zahl der nachgewiesenen Quanten pro Detektor ohne Patient

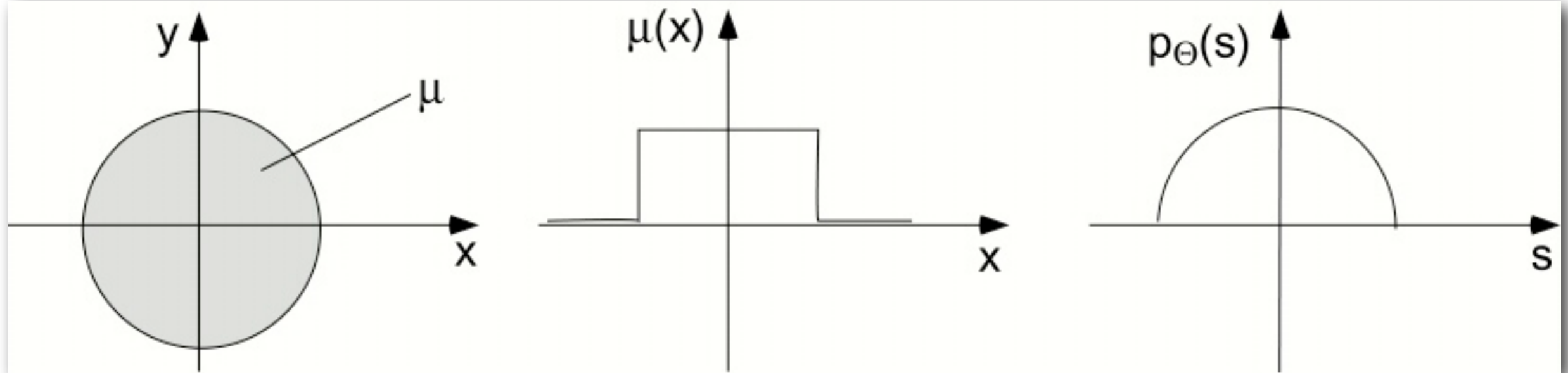
$N_{\Theta}(s)$ = Zahl der nachgewiesenen Quanten pro Detektor mit Patient

$$p_{\Theta}(s) = \ln \frac{N_0}{N_{\Theta}(s)} = \ln N_0 - \ln N_{\Theta}(s)$$

$$N_{\Theta}(s) = \bar{N}_{\Theta}(s) \pm \sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)} \quad \text{Poisson-Rauschen}$$

$$\begin{aligned} \ln N_{\Theta}(s) &= \ln \left\{ \bar{N}_{\Theta}(s) \pm \sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)} \right\} = \ln \left\{ \bar{N}_{\Theta}(s) \left(1 \pm \frac{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}}{\bar{N}_{\Theta}(s)} \right) \right\} \\ &= \ln \left\{ \bar{N}_{\Theta}(s) \left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}} \right) \right\} \approx \ln \bar{N}_{\Theta}(s) \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}}, \quad \text{für } \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}} \ll 1 \end{aligned}$$

$$p_{\Theta}(s) = \ln N_0 - \ln \bar{N}_{\Theta}(s) \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}} = \bar{p}_{\Theta}(s) \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}}$$



$$f(0,0) = \frac{\pi}{M} \cdot \Delta s \cdot \sum_{\Theta_i} \sum_{k=-K}^{k=+K} p_{\Theta}(0) \cdot h(k \cdot \Delta s)$$

$$p_{\Theta}(0) = \bar{p}_{\Theta}(0) \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}}} \quad \text{mit } \bar{N} = \bar{N}_{\Theta}(0)$$

$$E(A) = A \pm a \quad E(B) = B \pm b \quad E(A + B) = A + B \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$f(0,0) = \overline{f(0,0)} \pm \frac{\pi}{M} \cdot \Delta s \cdot \sqrt{\sum_{\Theta_i} \sum_{k=-K}^{k=+K} \frac{h^2(k \cdot \Delta s)}{\bar{N}}}$$

$$\sigma_{\text{Pixel}}^2 = \left(\frac{\pi}{M} \cdot \Delta s \right)^2 \cdot M \cdot \frac{1}{\bar{N}} \cdot \sum_{k=-K}^{k=+K} h^2(k \cdot \Delta s)$$

$$\sum h^2(k \cdot \Delta s) \approx \frac{1}{\Delta s} \int h^2(s) ds = \frac{1}{\Delta s} \int |H(w)|^2 dw.$$

(Parsevalsches Theorem)

$$\sigma_{\text{Pixel}}^2 = \frac{\pi^2 \cdot \Delta s}{M} \cdot \frac{1}{\bar{N}} \int_{-w_{\max}}^{+w_{\max}} |H(w)|^2 dw$$

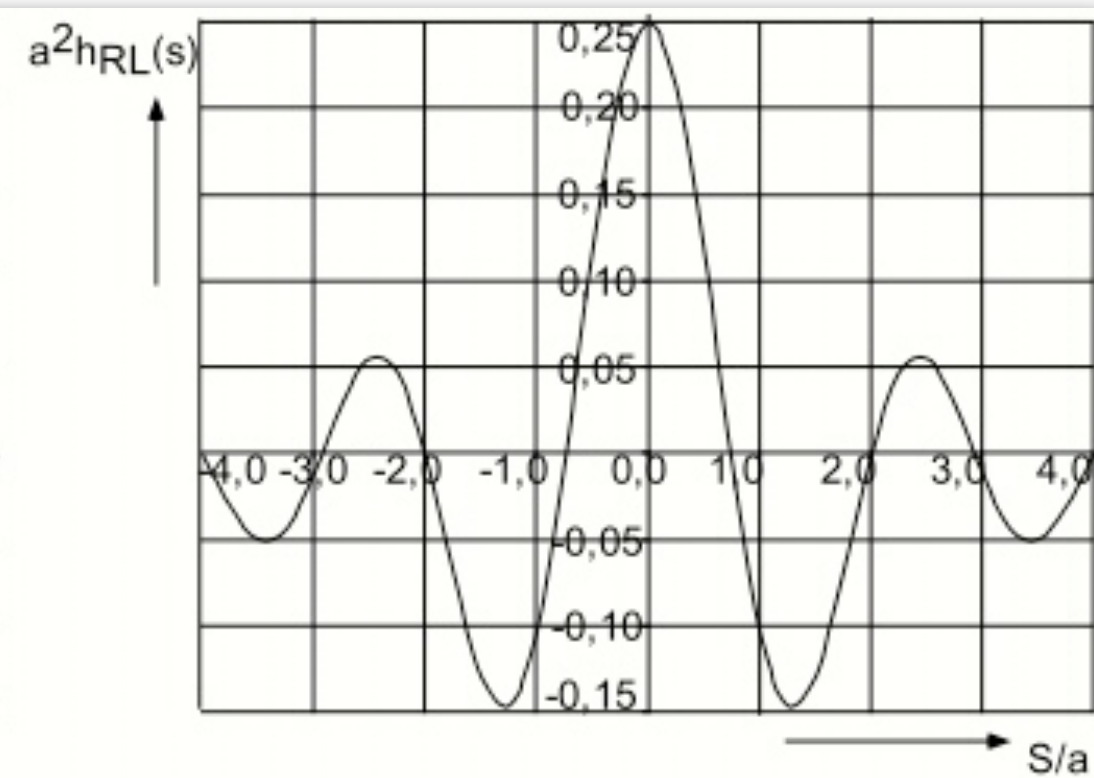
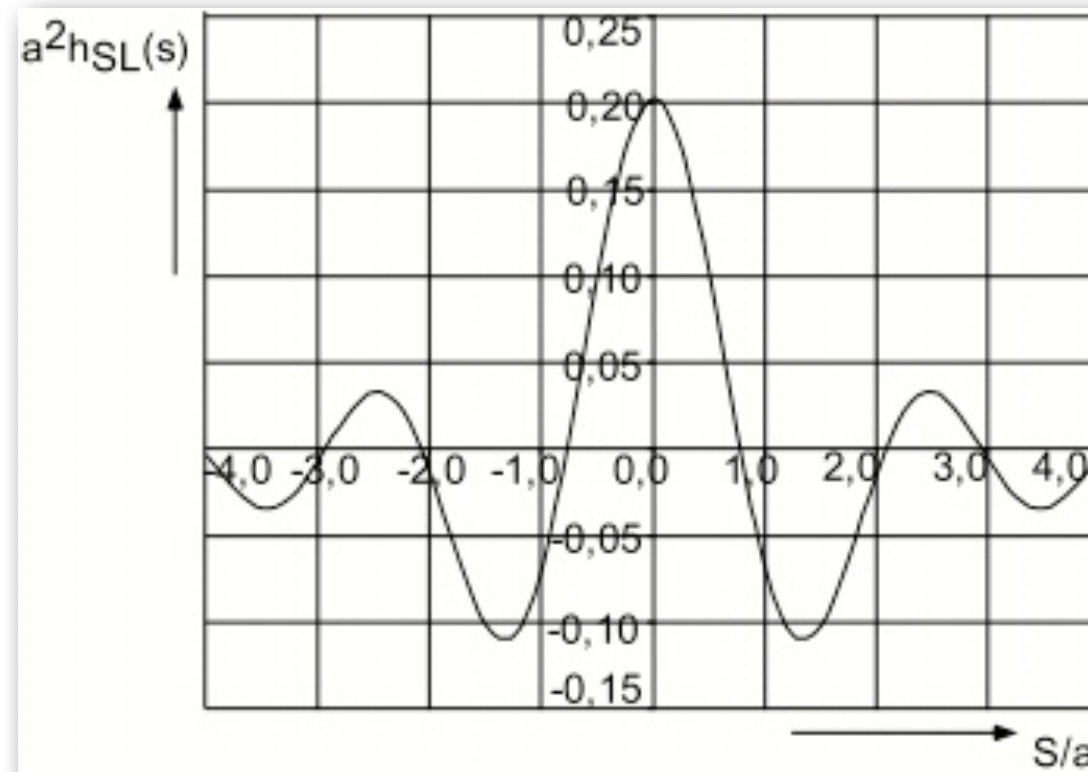
Δs = Detektorabstand

M = Zahl der Projektionen

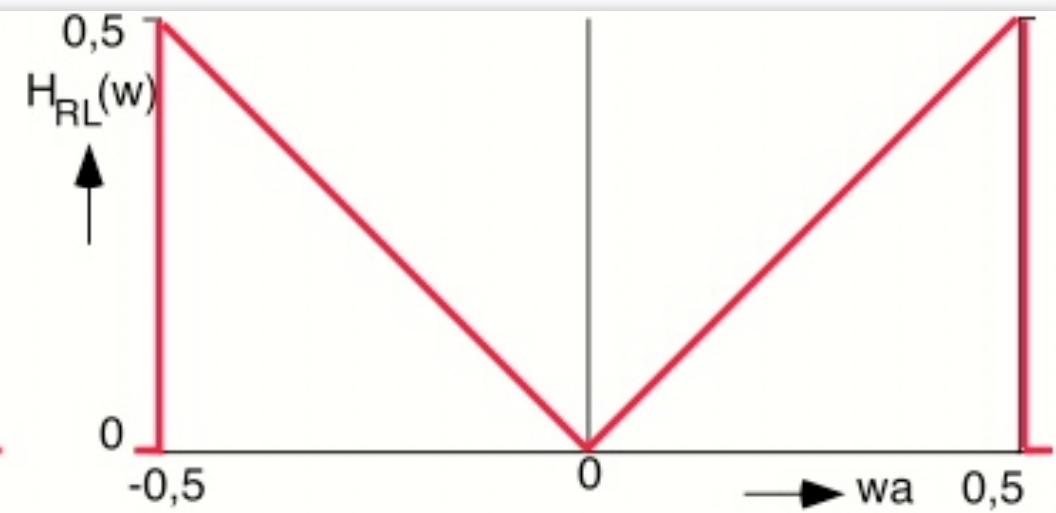
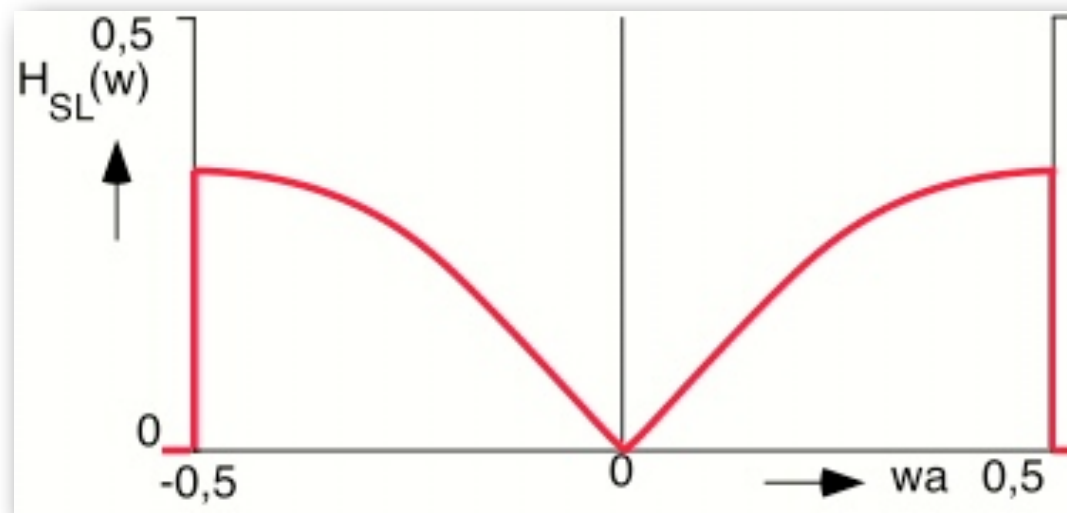
$\bar{N}$ = mittlere Zählrate bei einer Messung

$H(w)$ = Filterfunktion für die gefilterte Rückprojektion

Filterfunktion nach Shepp und Logan und Ramachandran und Lakshminarayanan

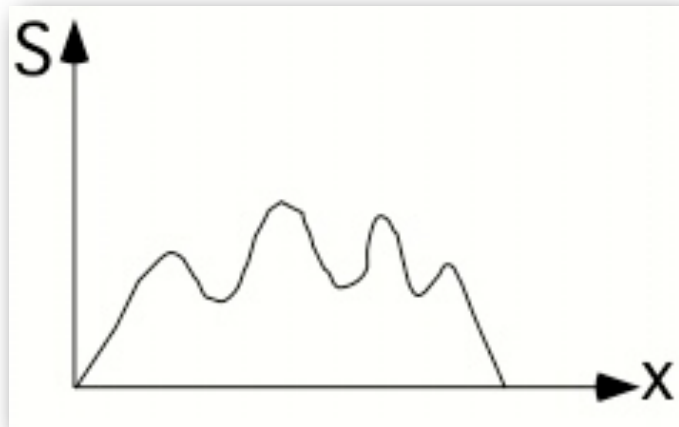


a =Detektorabstand



Das Problem mit dem Abtasttheorem

Signal in der Detektorreihe



Faltung im Ortsraum mit Rechteckfunktion

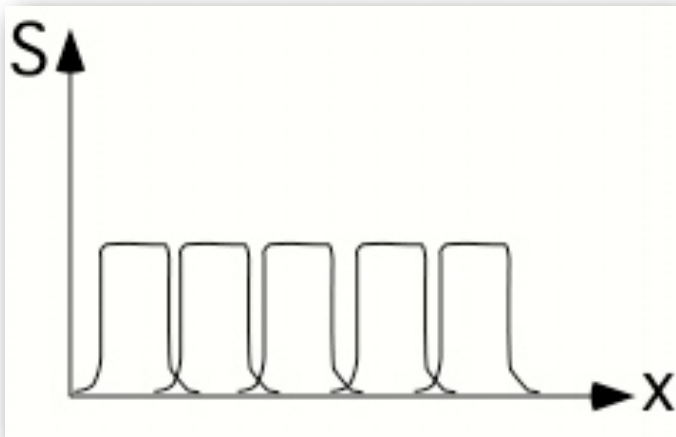


Multiplikation im Frequenzraum mit:

$$\frac{\sin(\pi \cdot D \cdot w)}{\pi \cdot D \cdot w}$$

D=Detektorbreite

Empfindlichkeitskurven der Detektoren



maximale Frequenz:

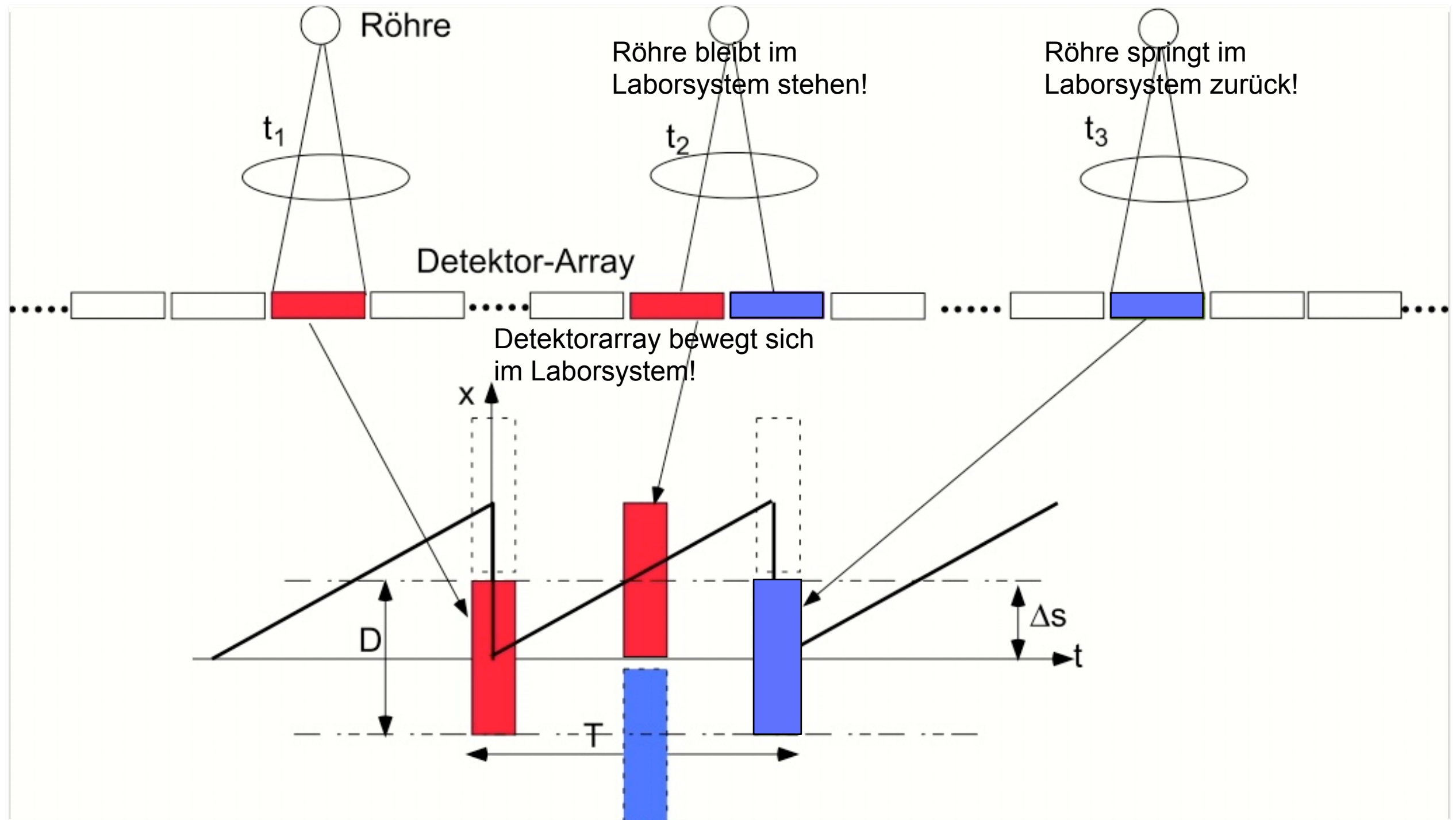
$$\pi \cdot D \cdot w_{\max} = \pi \Rightarrow w_{\max} = \frac{1}{D}$$

nach Abtasttheorem wird gefordert:

$$\Delta s \leq \frac{1}{2w_{\max}} = \frac{D}{2}$$

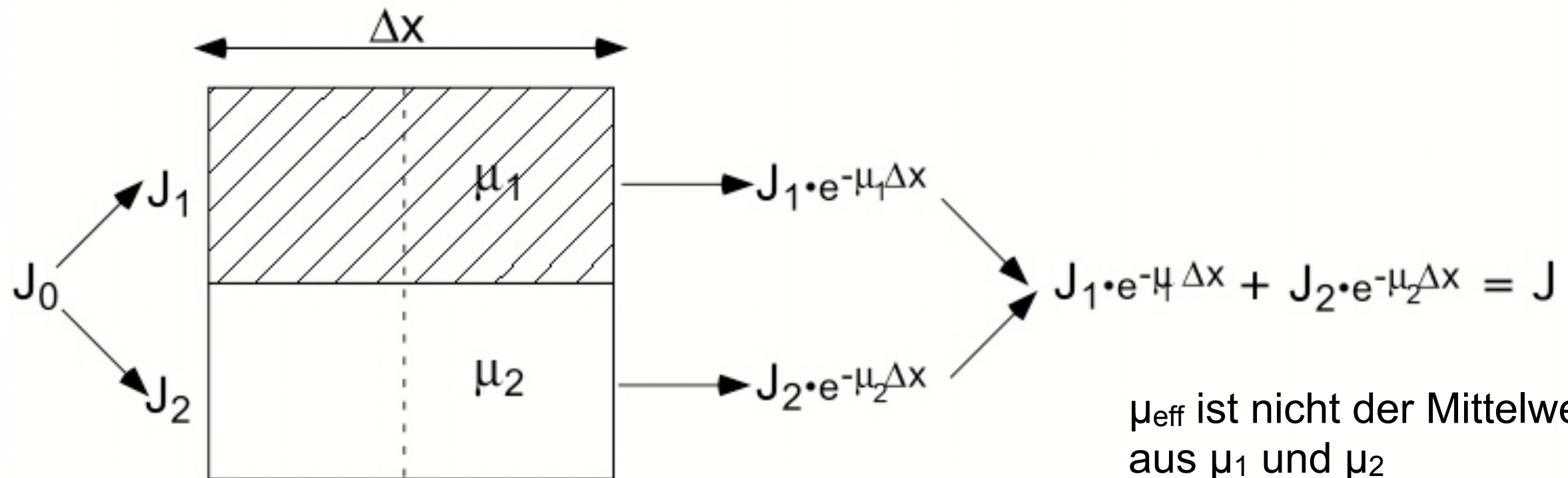
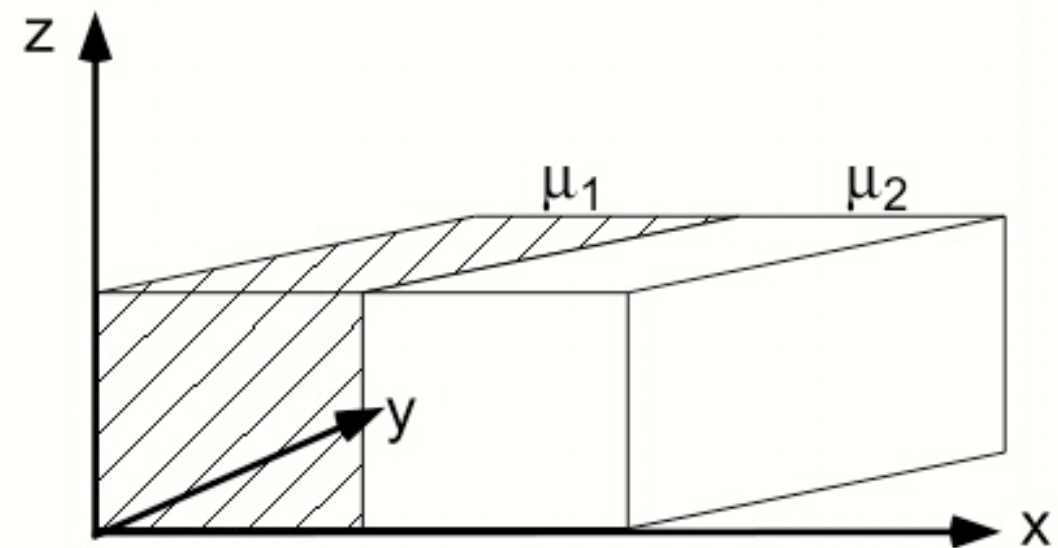
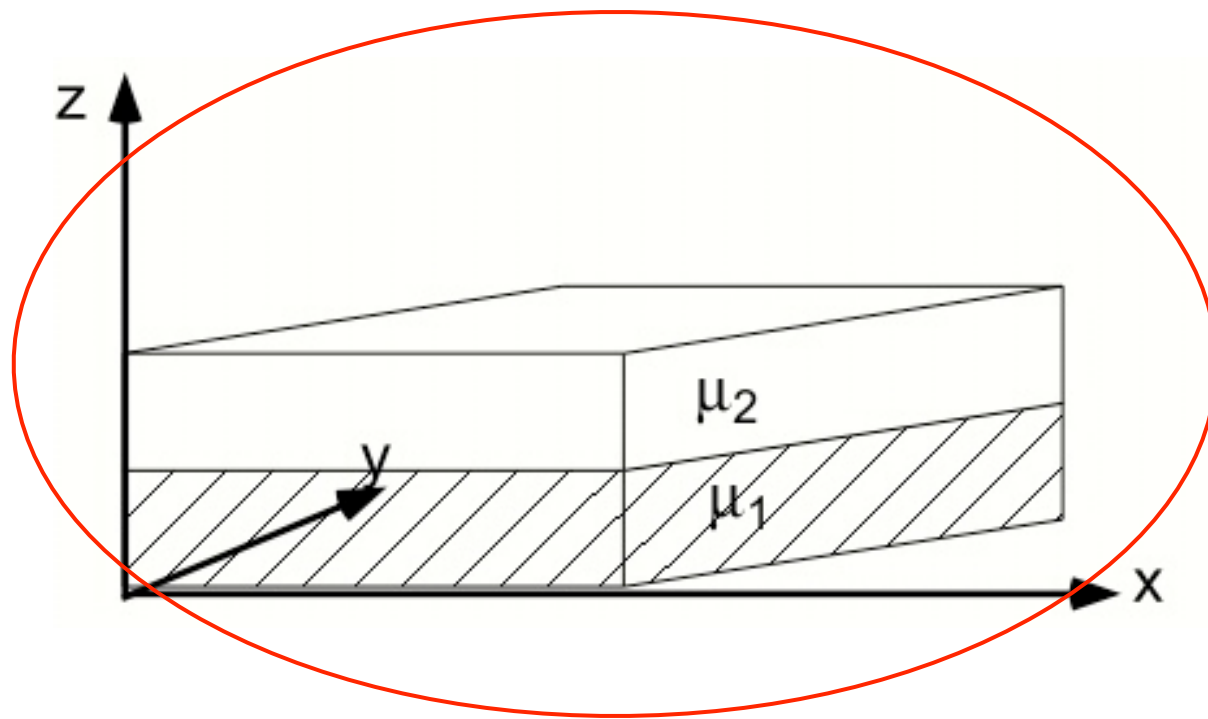


Abtastung Δs mit halber Detektorbreite Δ „Springender Fokus“



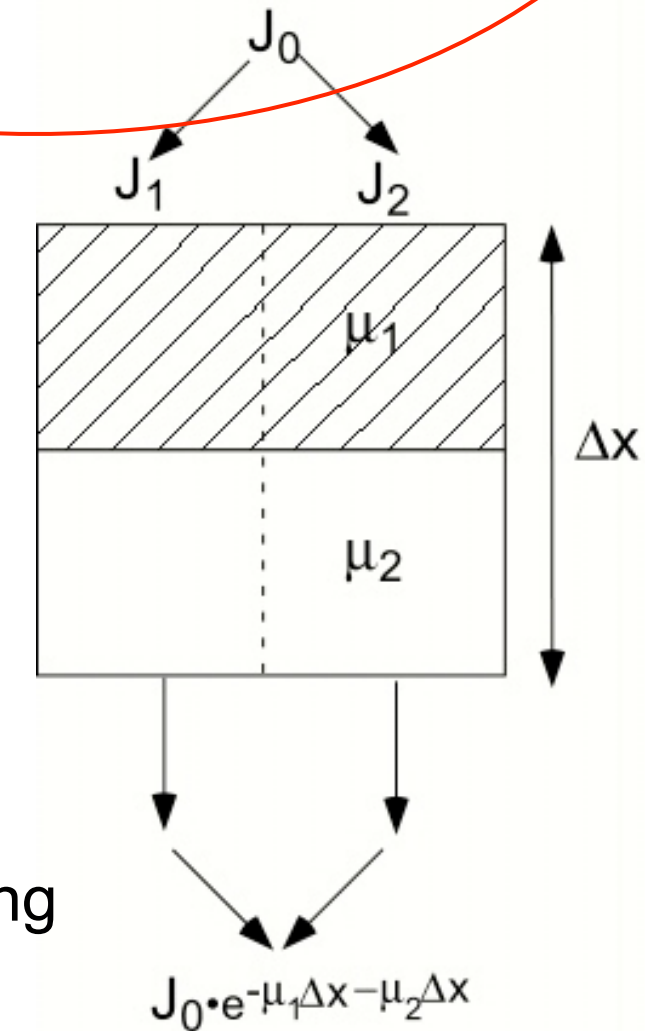
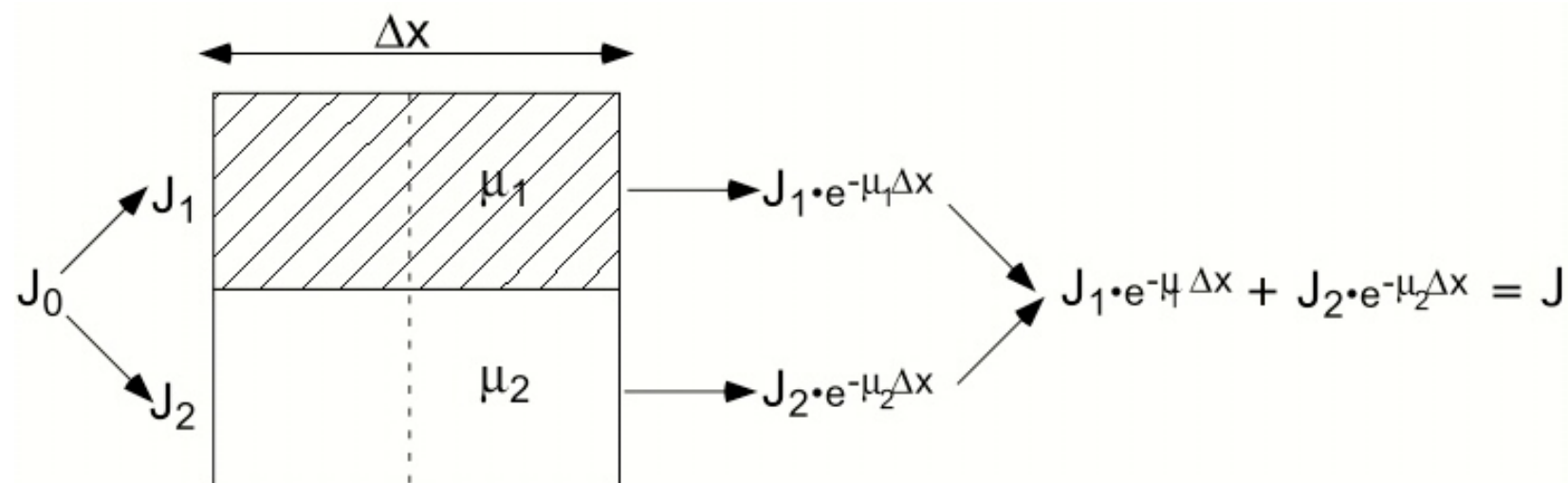
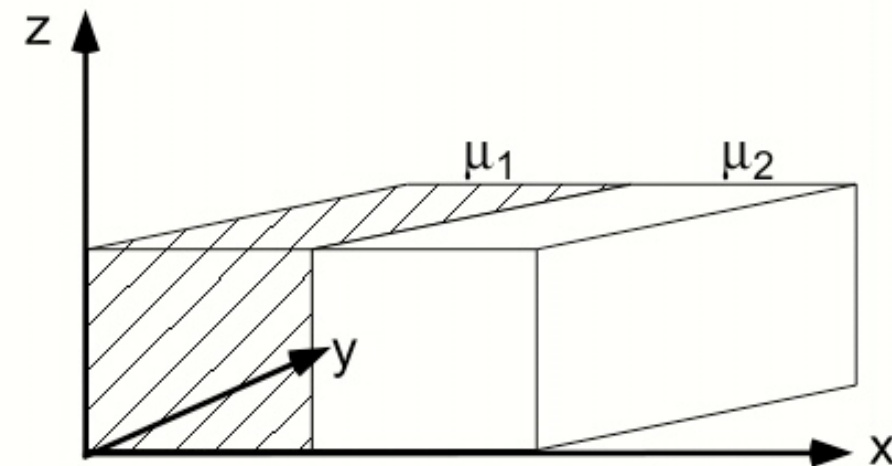
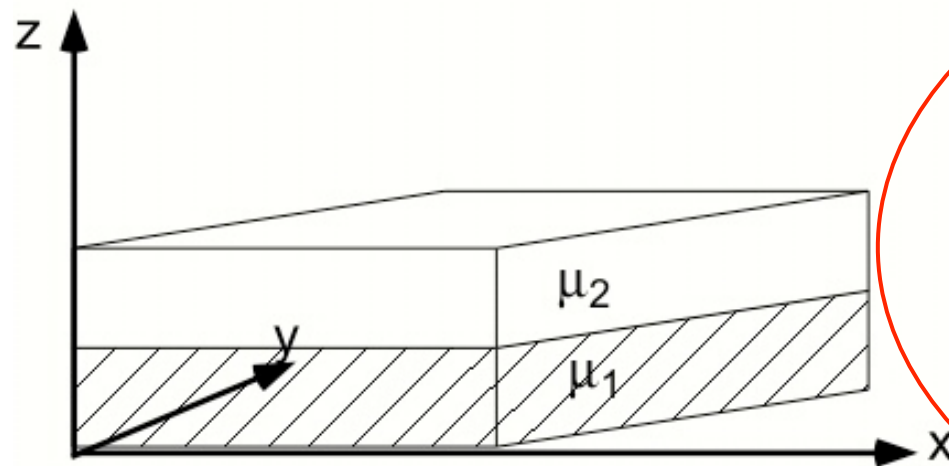
- ➔ Teilvolumenartefakte
- ➔ Artefakte durch Strahlaufhärtung
- ➔ Artefakte durch Streustrahlung
- ➔ Artefakte durch stark absorbierende Objekte
- ➔ Bewegungsartefakte

Teilvolumenartefakte



μ_{eff} ist nicht der Mittelwert aus μ_1 und μ_2

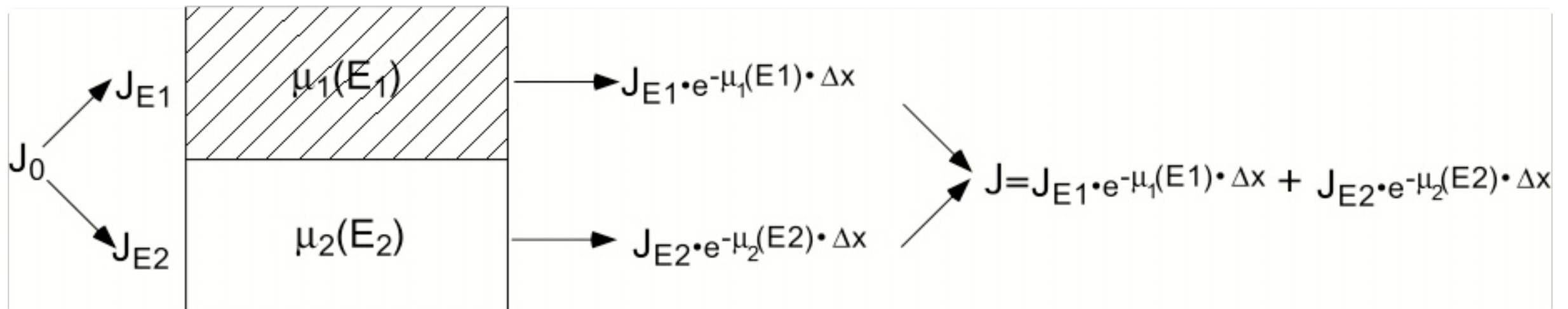
Teilvolumenartefakte



unterschiedliche Werte für μ_{eff} in x- und y-Richtung
 >>> inkonsistente Datensätze!

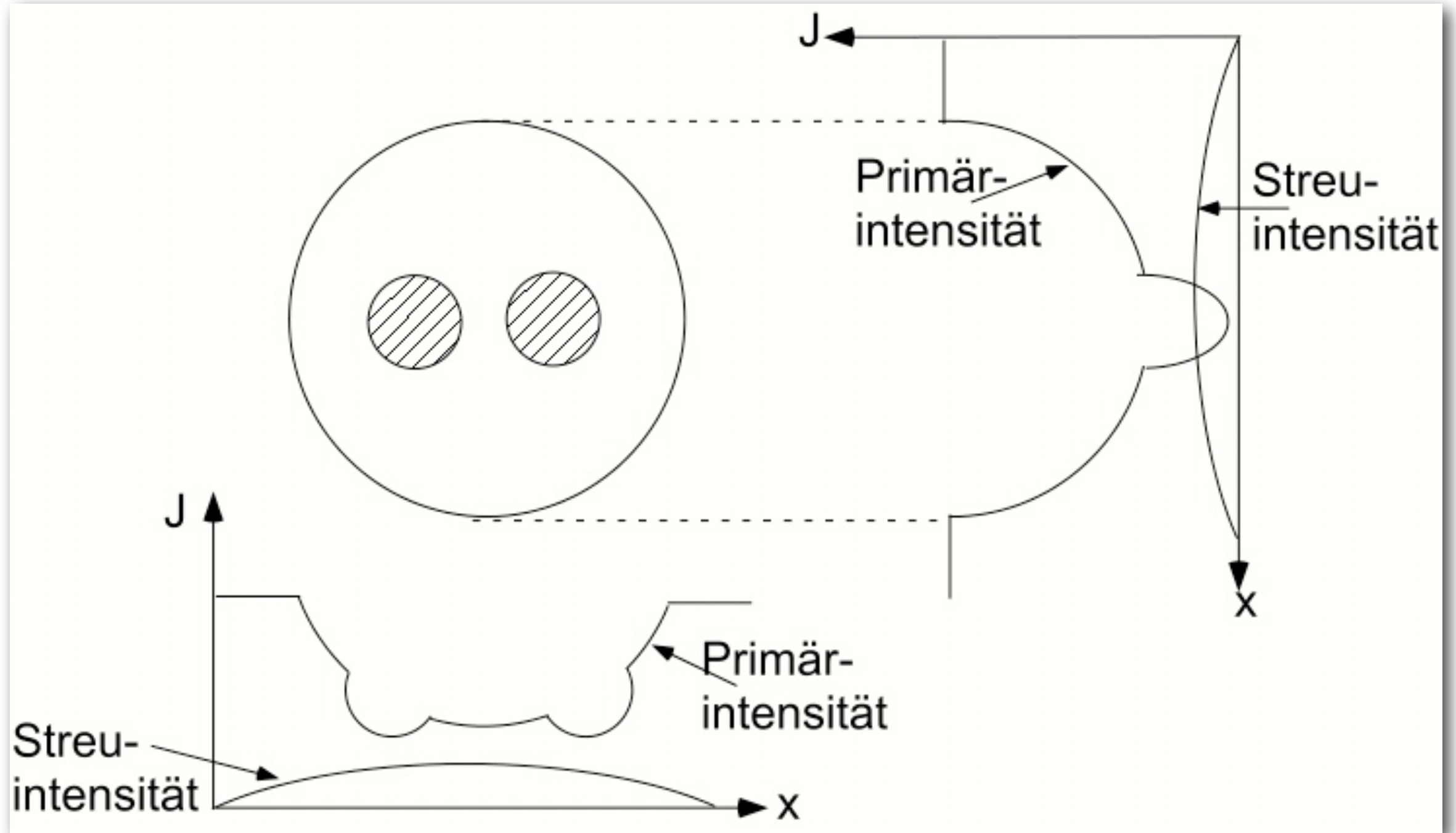
Strahlaufhärtung

$$J_0 = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \frac{dJ_0(E)}{dE} dE \quad J = \int \frac{dJ_0(E)}{dE} \cdot e^{-\int \mu(x,y,E) d\ell} dE$$



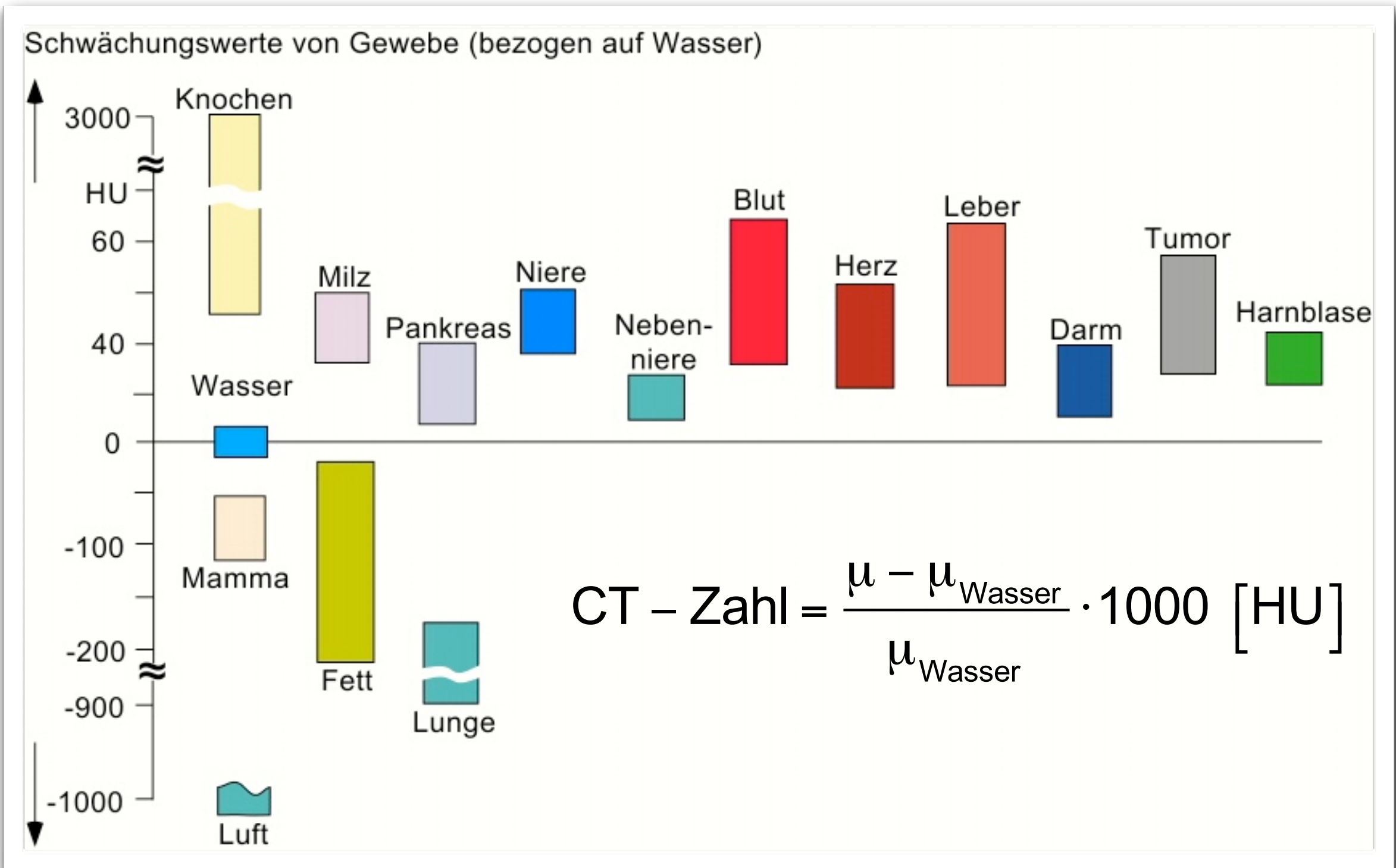
Das Spektrum ändert sich aber beim Durchgang durch den Körper!

Streustrahlungs-Problem



- ➡ Teilvolumenartefakte
- ➡ Artefakte durch Strahlaufhärtung
- ➡ Artefakte durch Streustrahlung
- ➡ Artefakte durch stark absorbierende Objekte
- ➡ Bewegungsartefakte

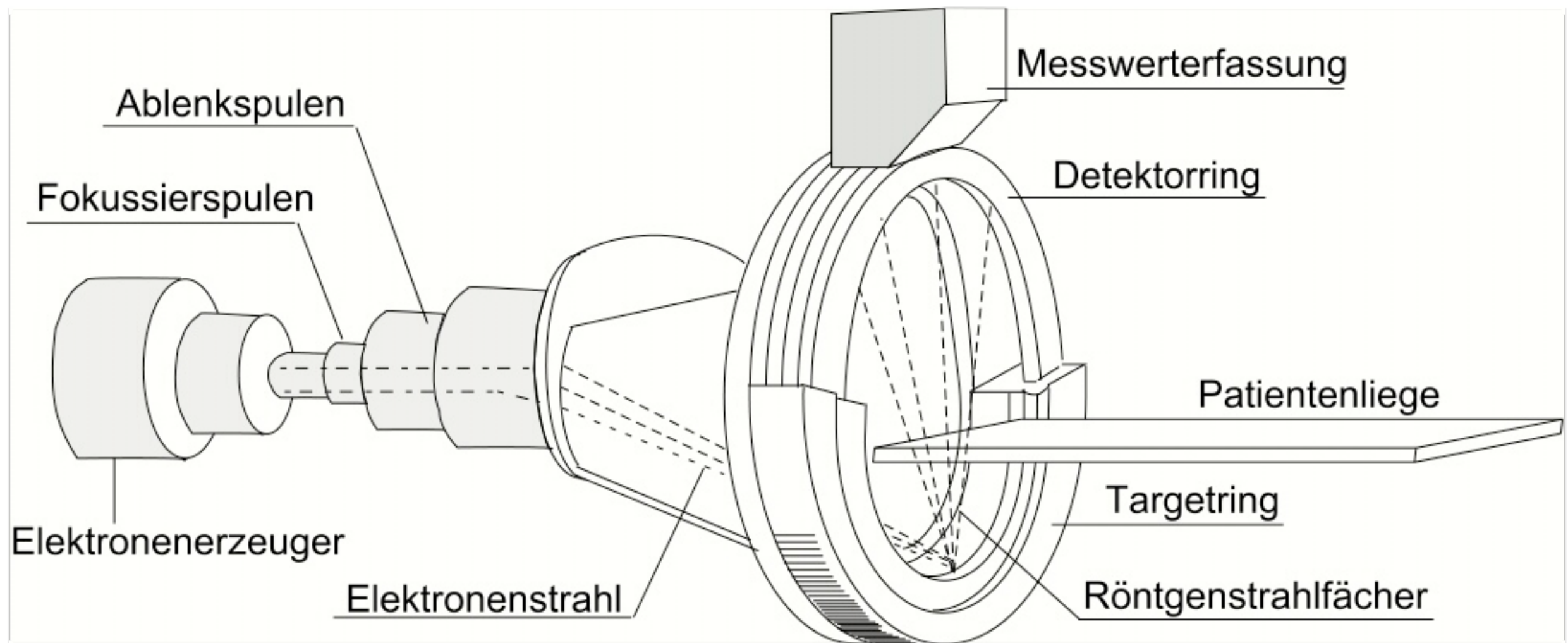
Röntgenschwächungskoeffizient von Körpergewebe in Hounsfield-Einheiten



CT in Action



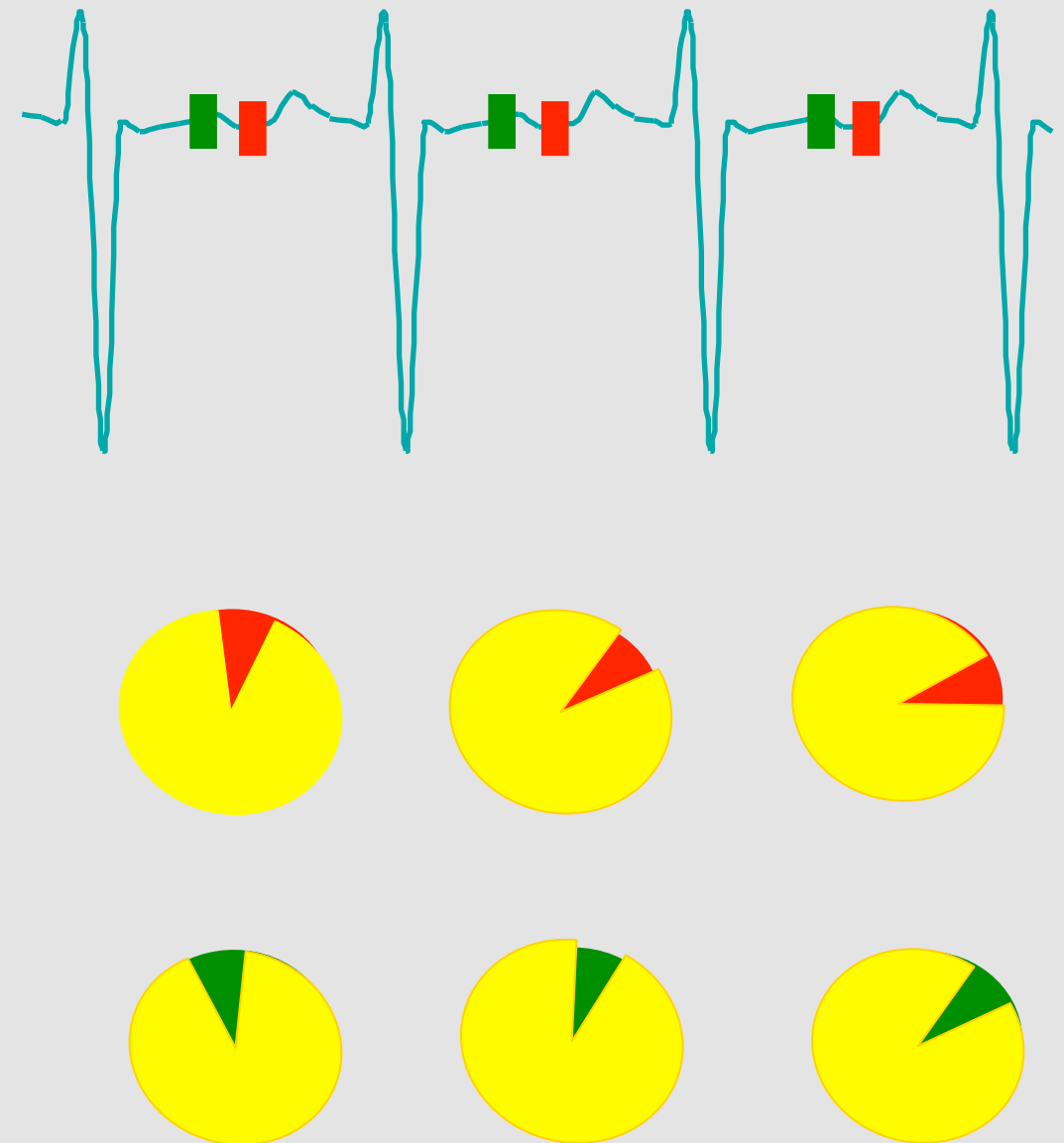
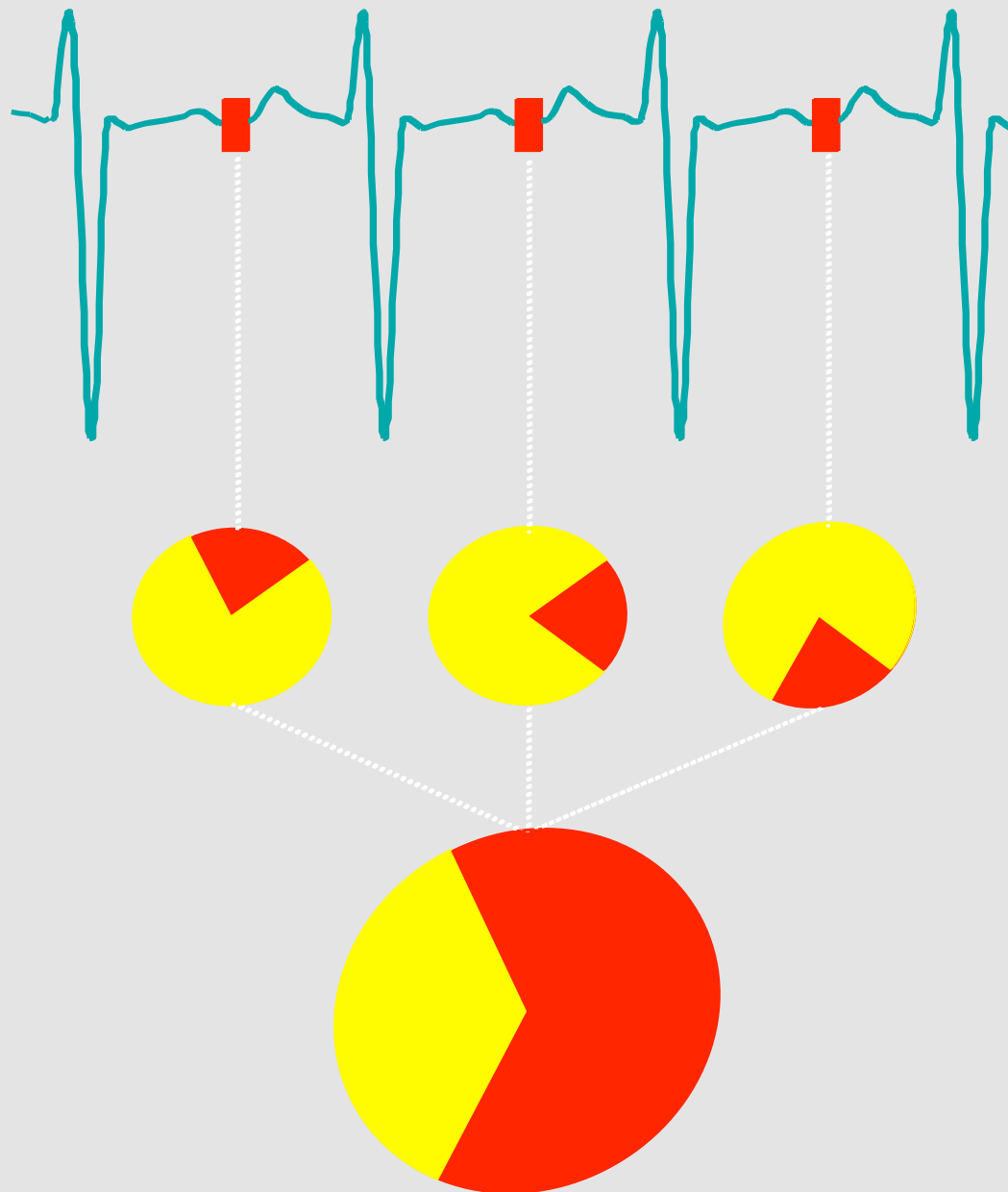
Elektronenstrahl-CT



CT vom schlagenden Herzen

3D-Imaging

4D-Imaging



coverage of 180° after 3 heart beats

source: Thomas Flohr, Siemens Medical Solutions, Forchheim, Germany

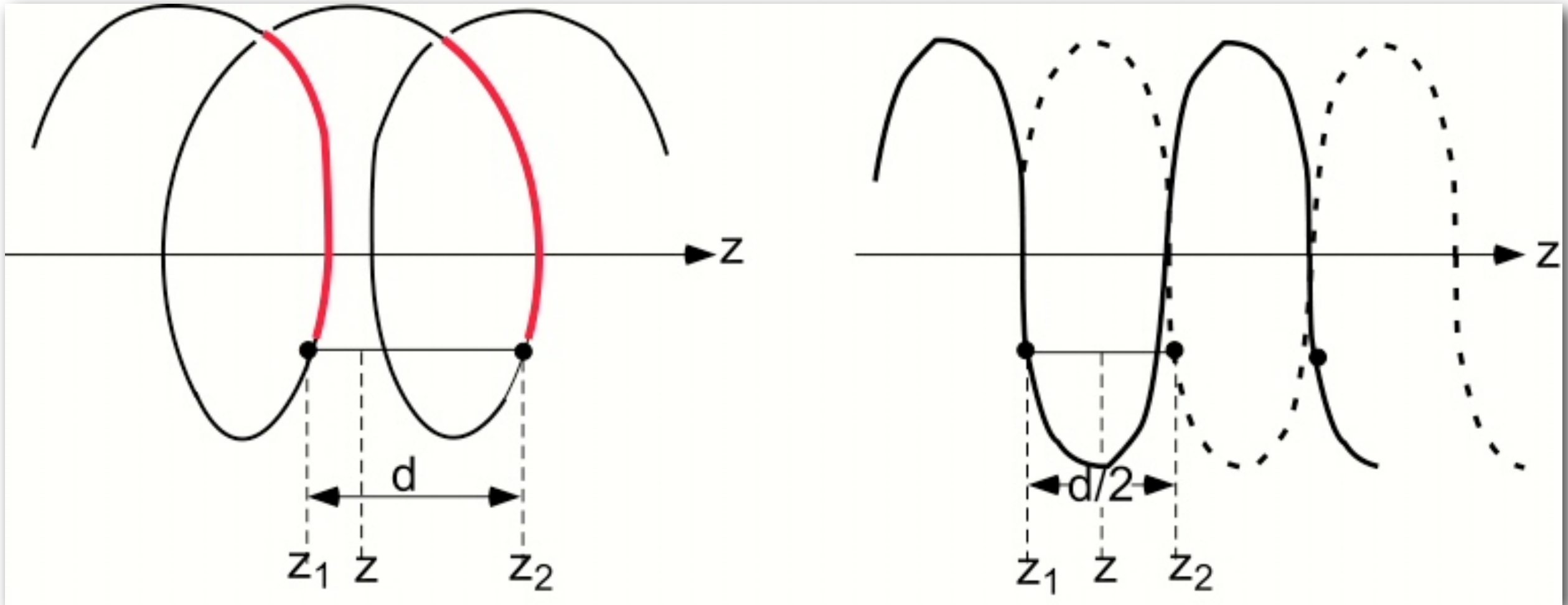
CT vom schlagenden Herzen

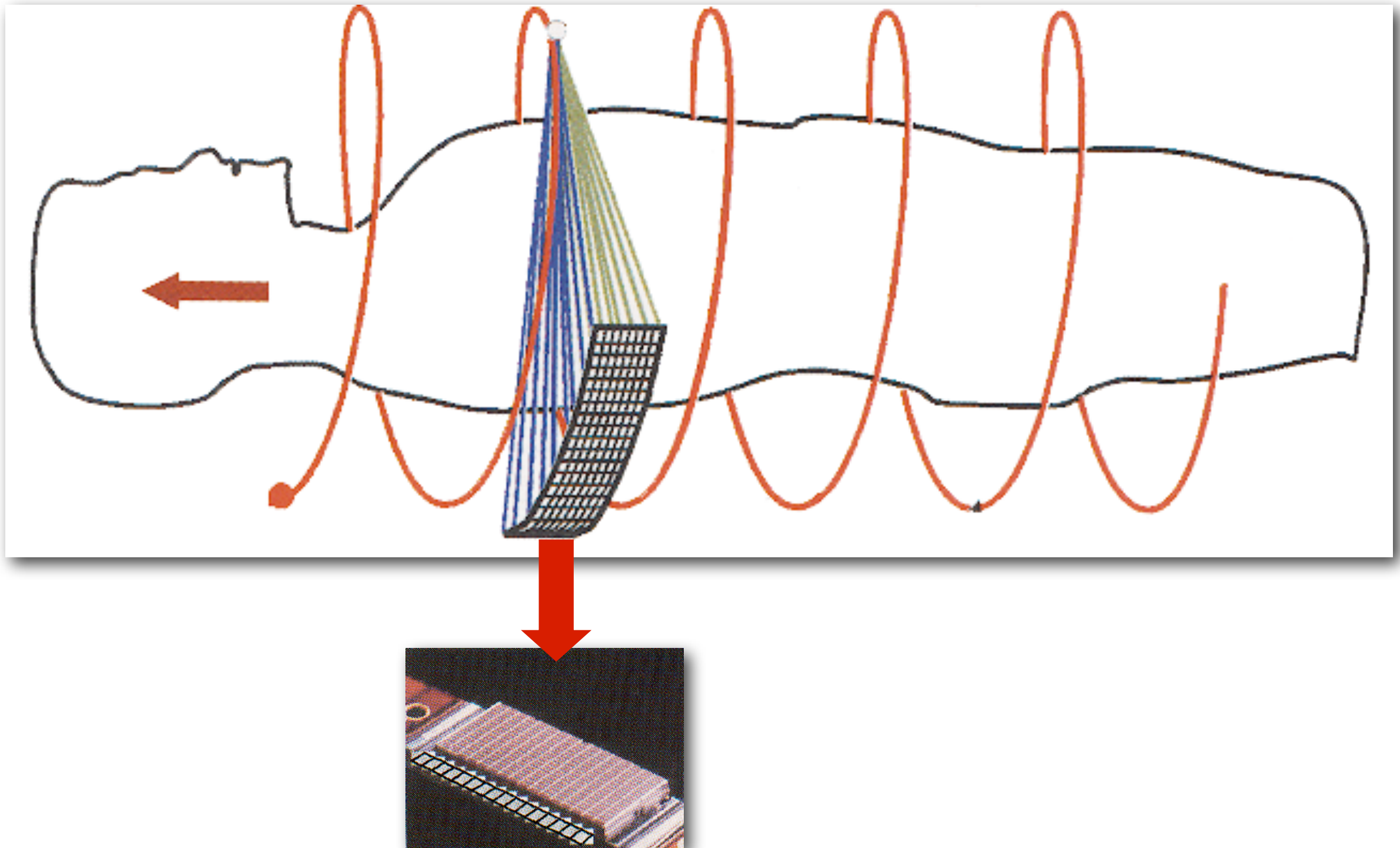


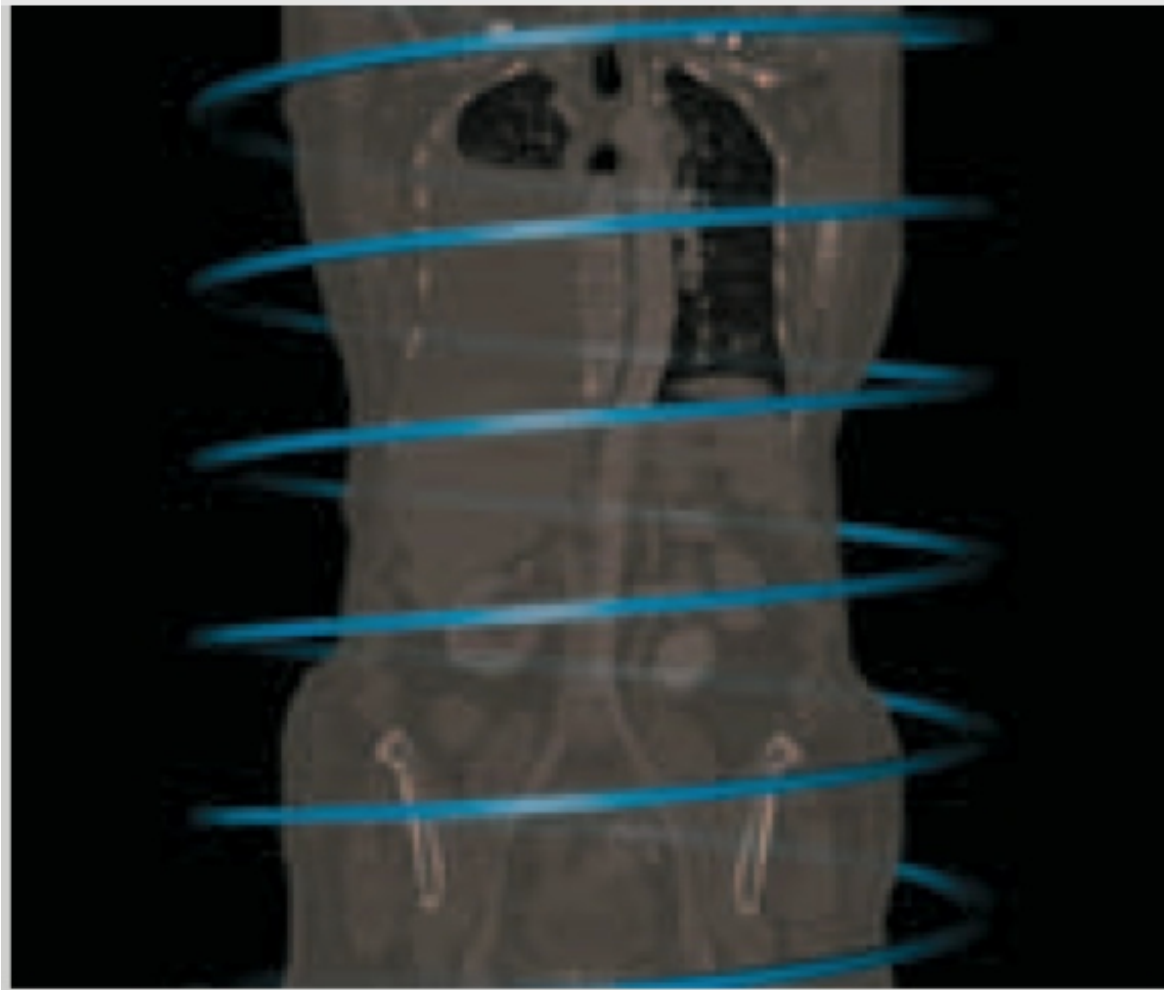
Abteilung für kardiale Computertomografie (Herz-CT)

Medizinische Klinik 2
Universitätsklinikum Erlangen
Ulmenweg 18
D-91054 Erlangen

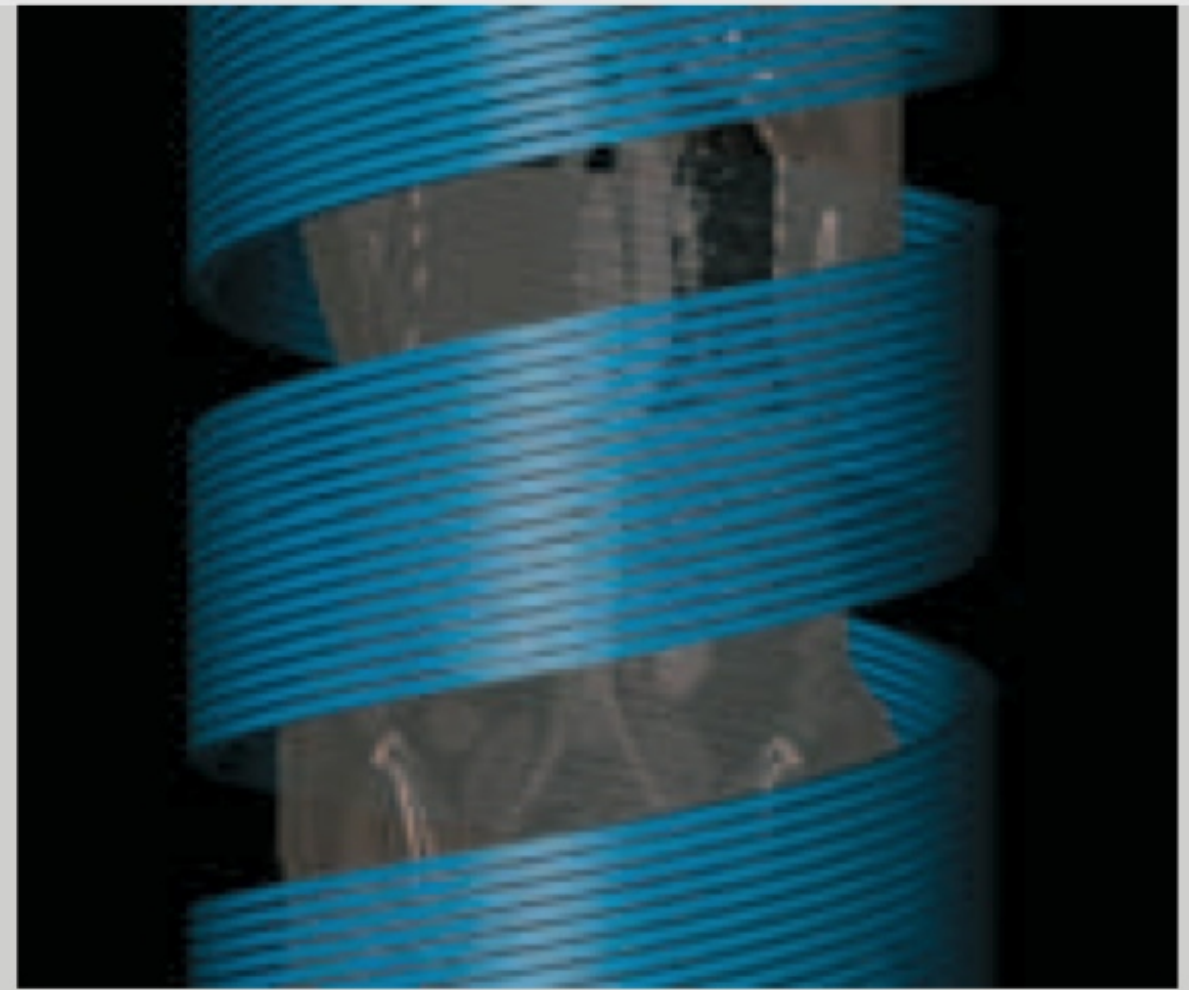
Spiral-CT







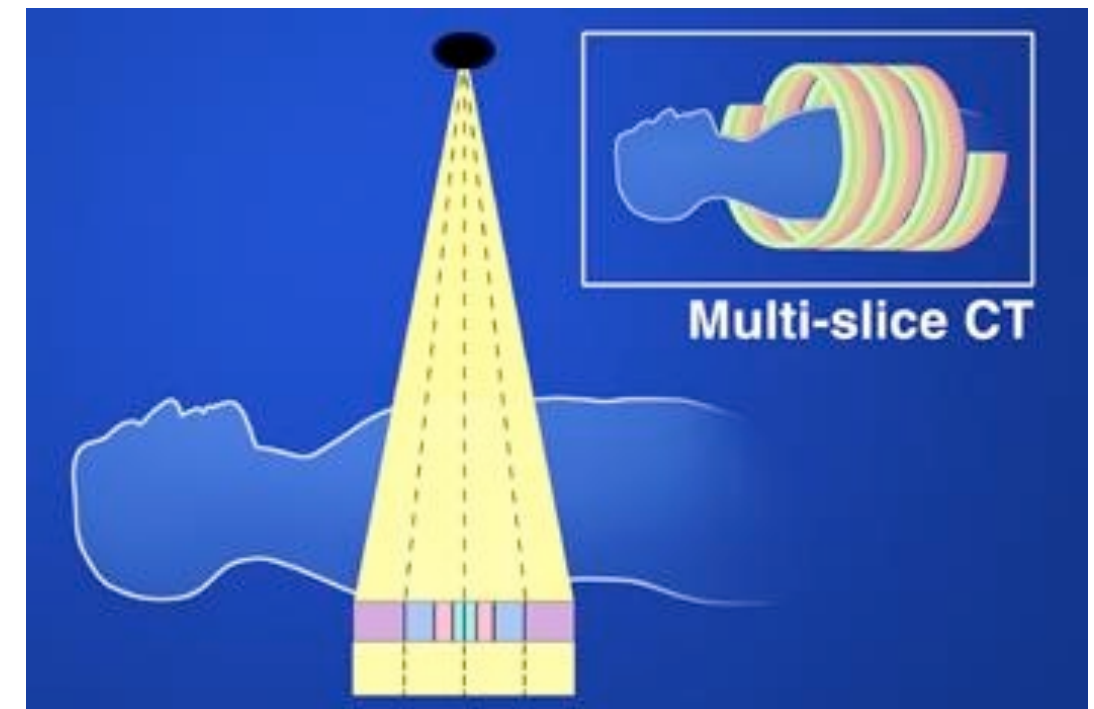
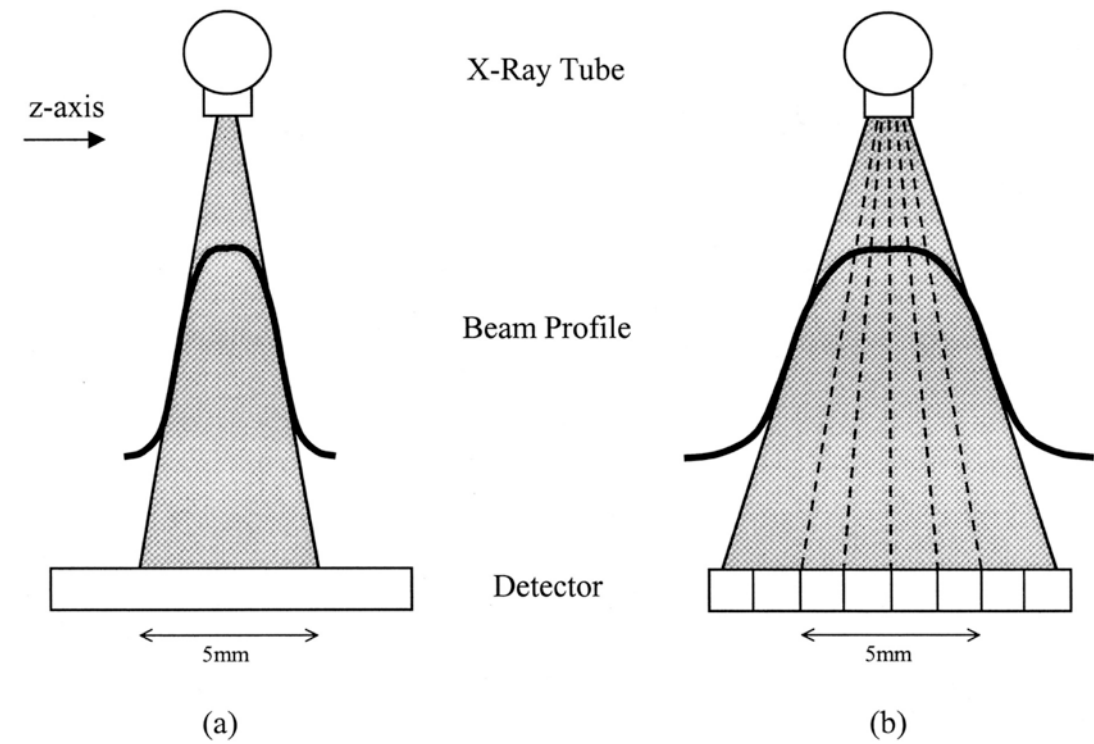
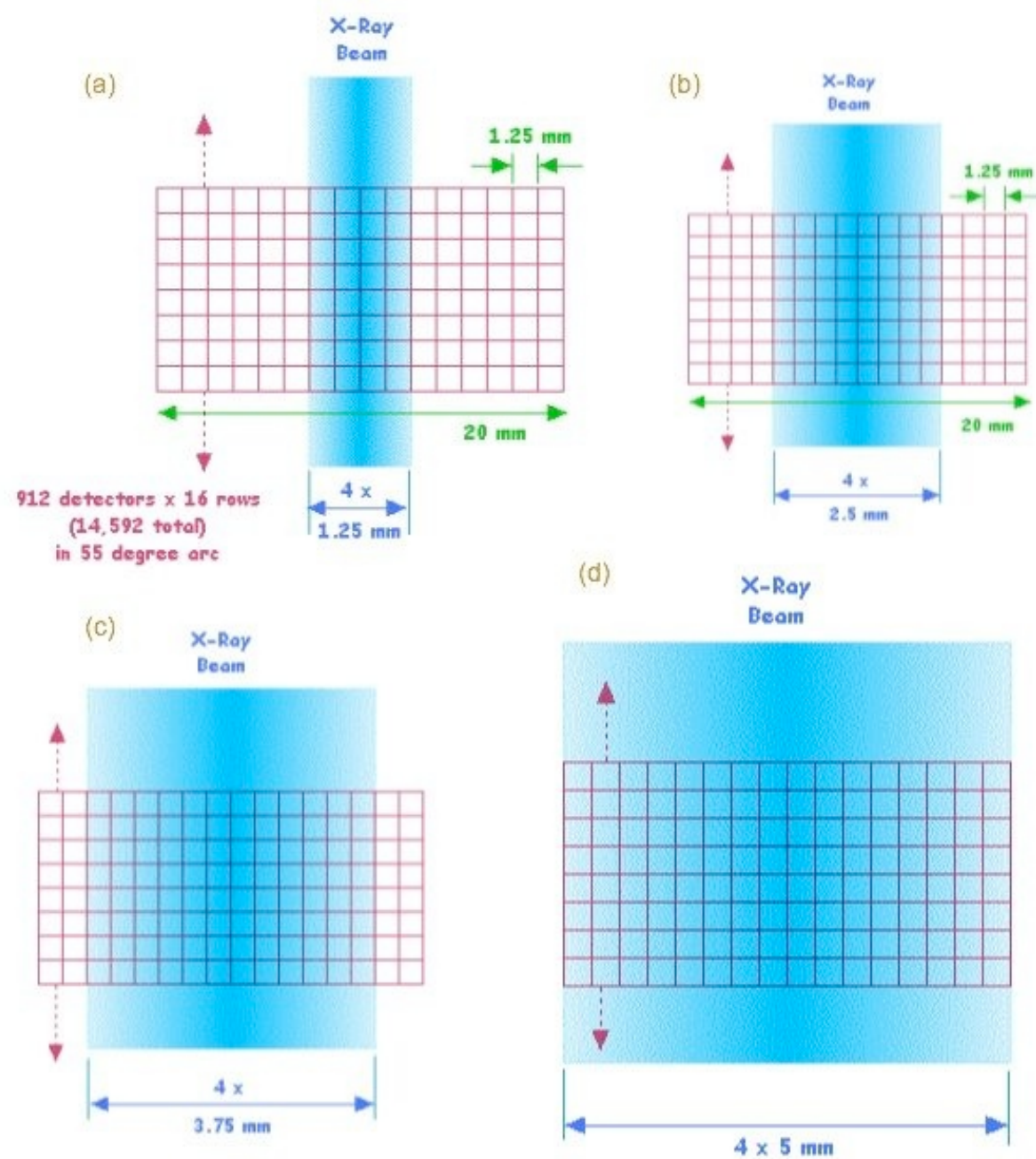
1-Zeiler



16-Zeiler

Siemens Healthcare

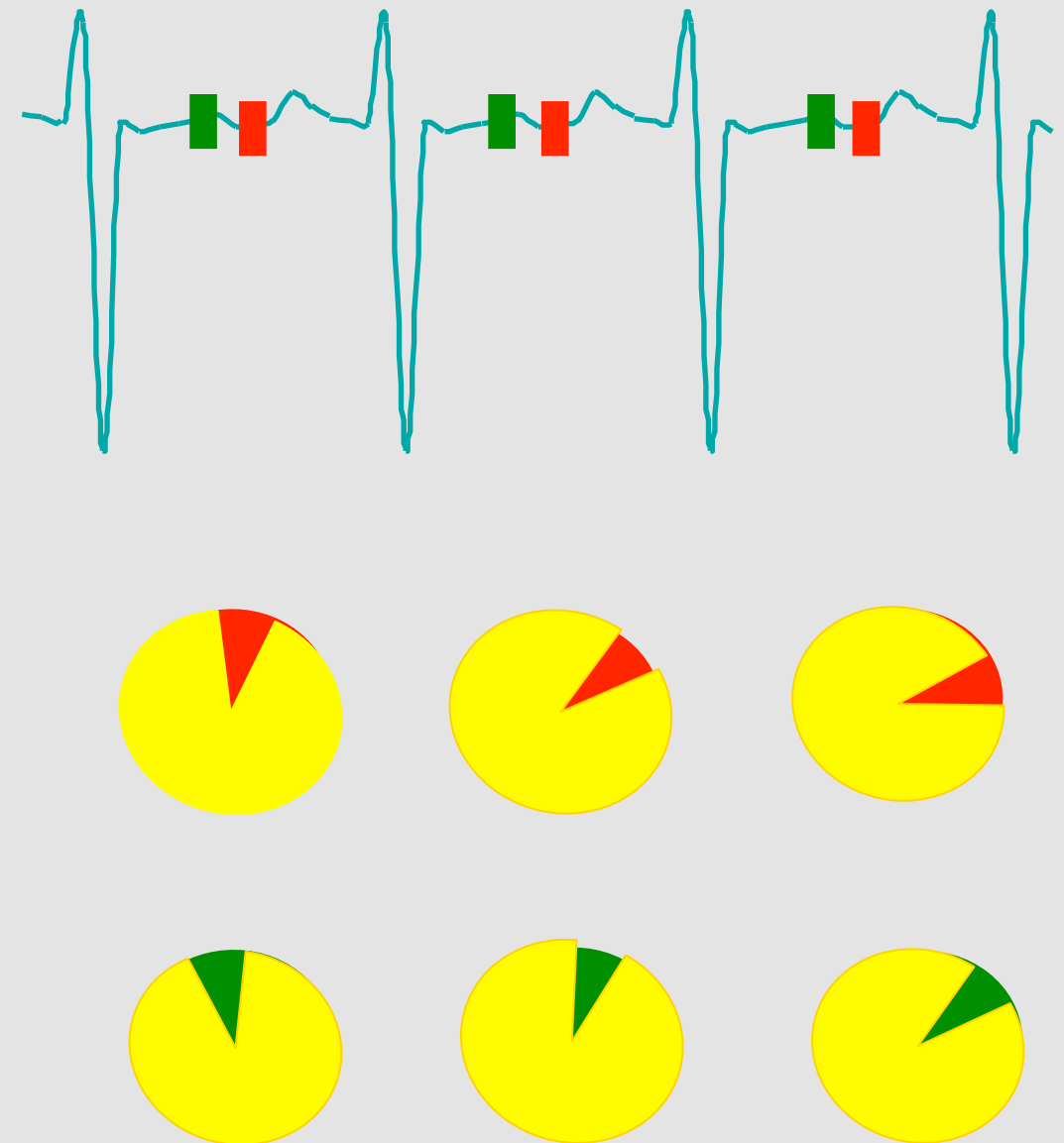
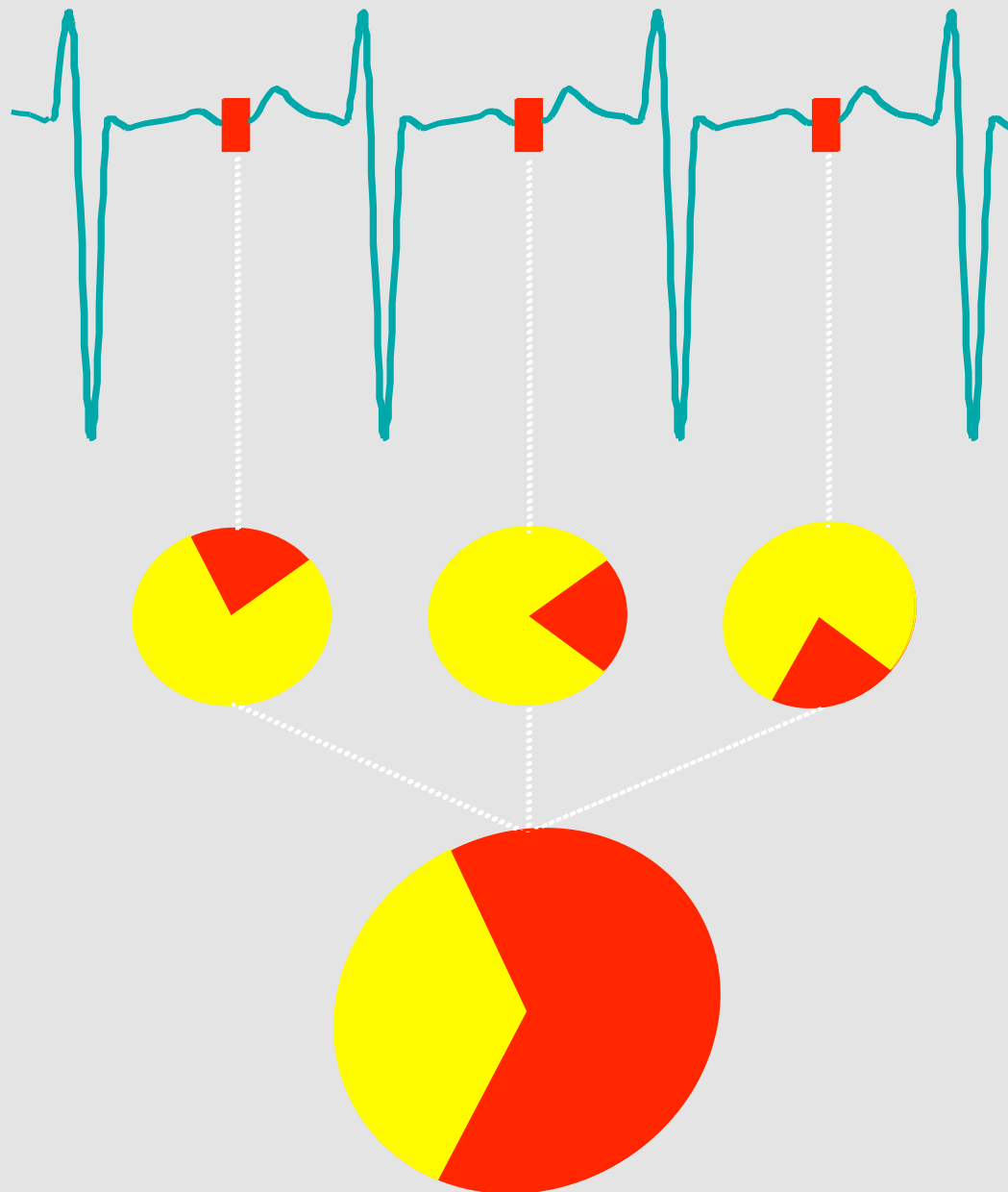
Mehrzeilen-CT



CT vom schlagenden Herzen

3D-Imaging

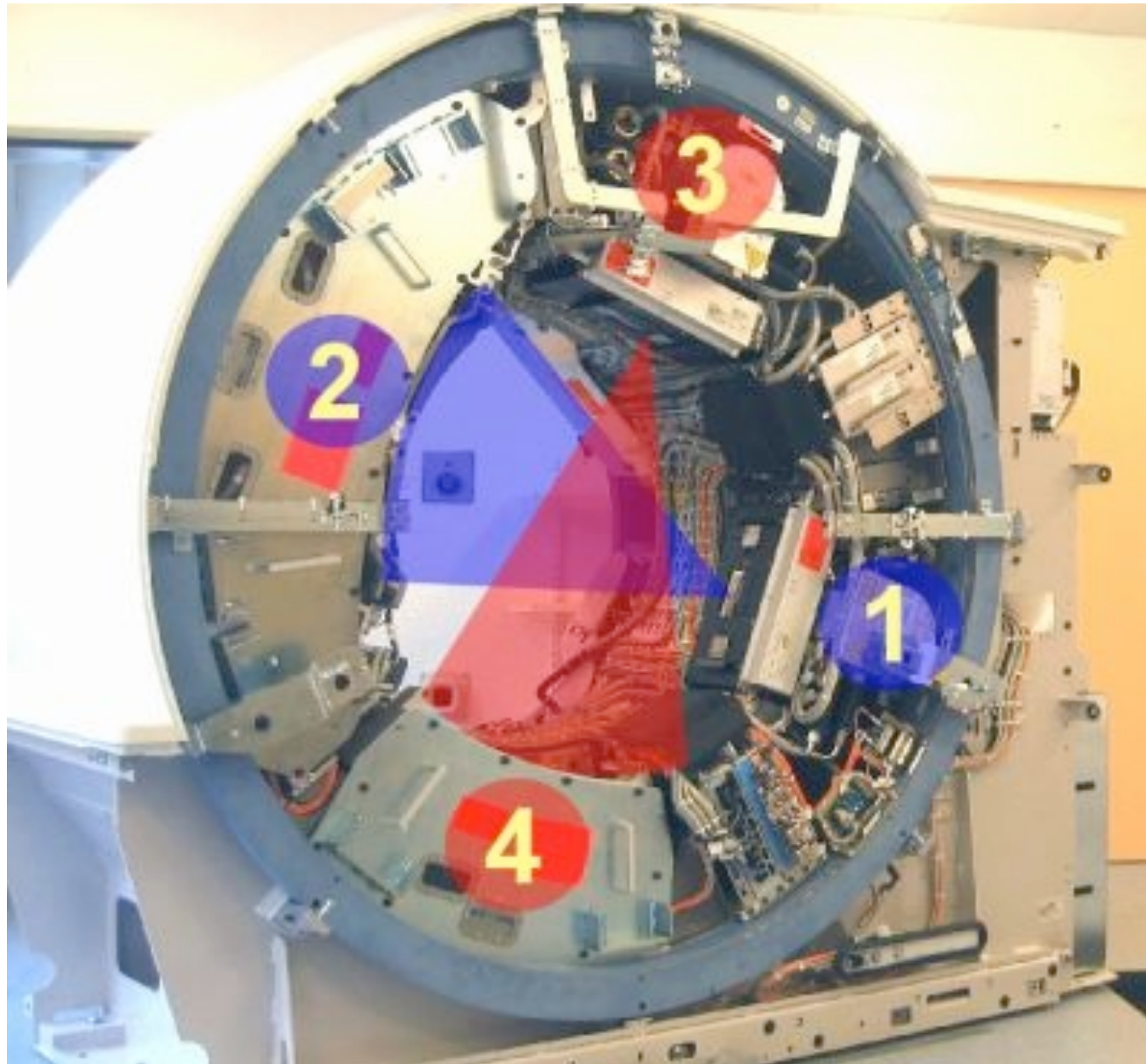
4D-Imaging



coverage of 180° after 3 heart beats

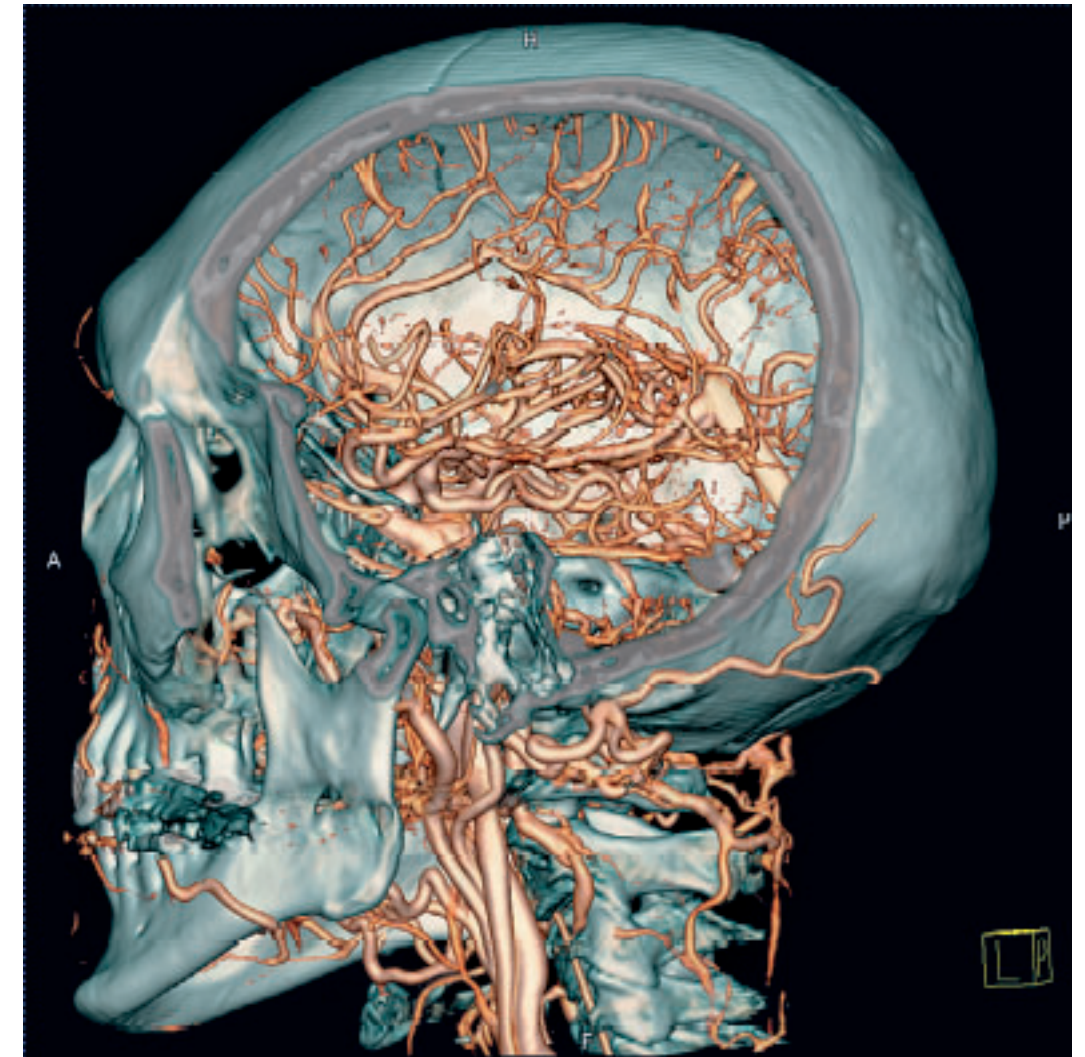
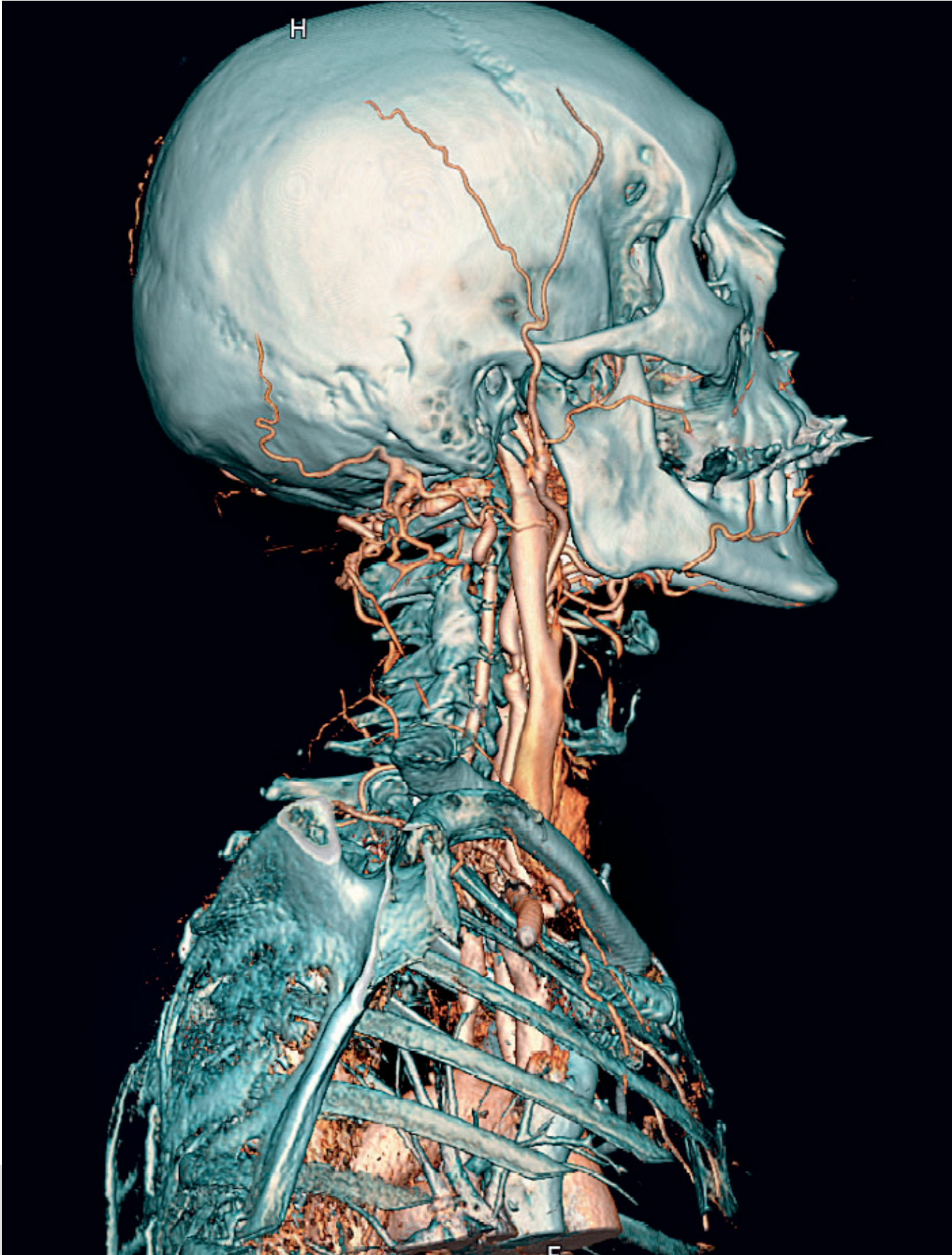
source: Thomas Flohr, Siemens Medical Solutions, Forchheim, Germany

Dual Source CT-System



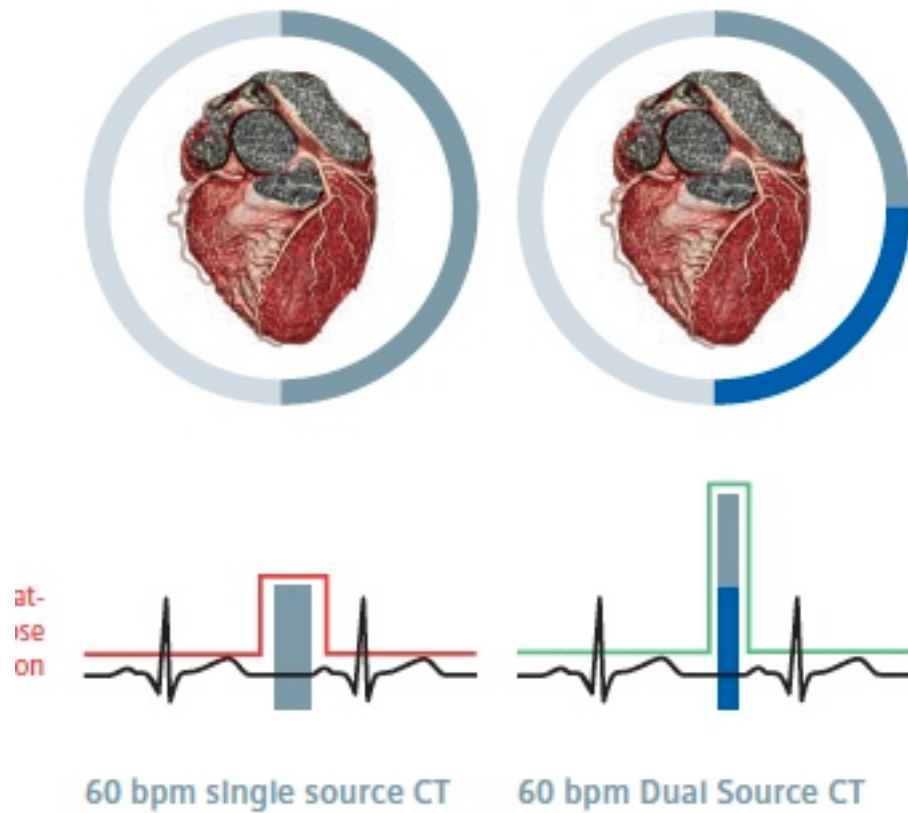
Siemens Healthcare

Dual Source CT-System

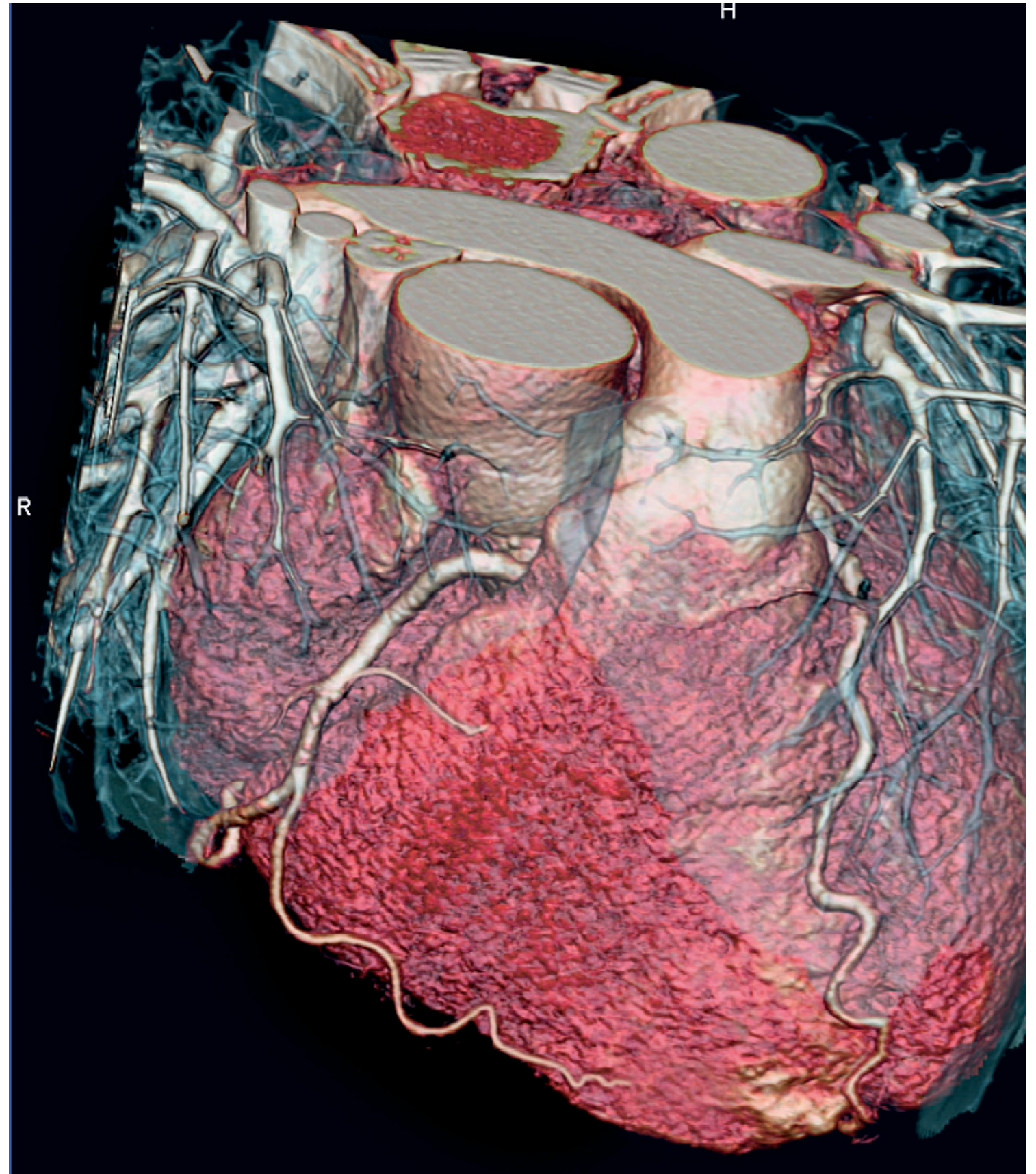


Siemens Healthcare

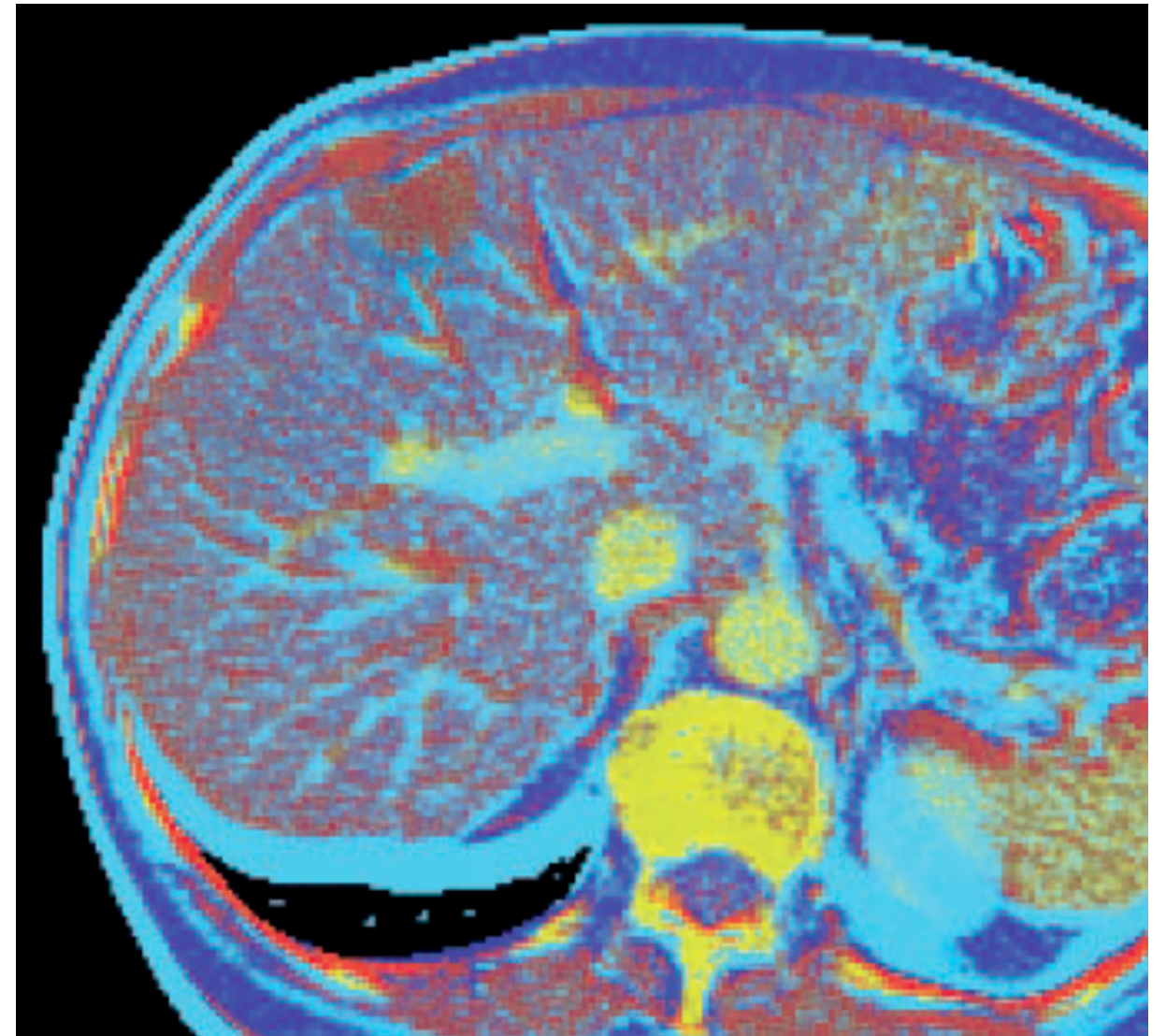
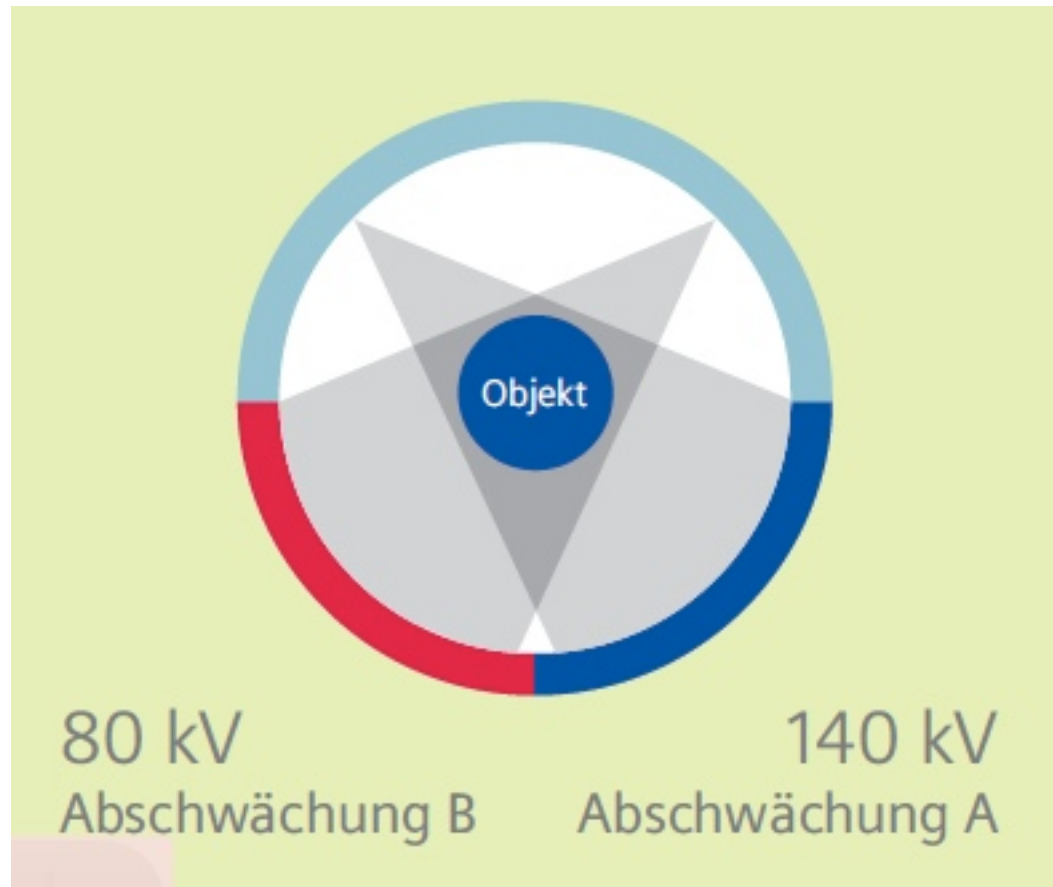
Dual Source CT-System



Siemens Healthcare

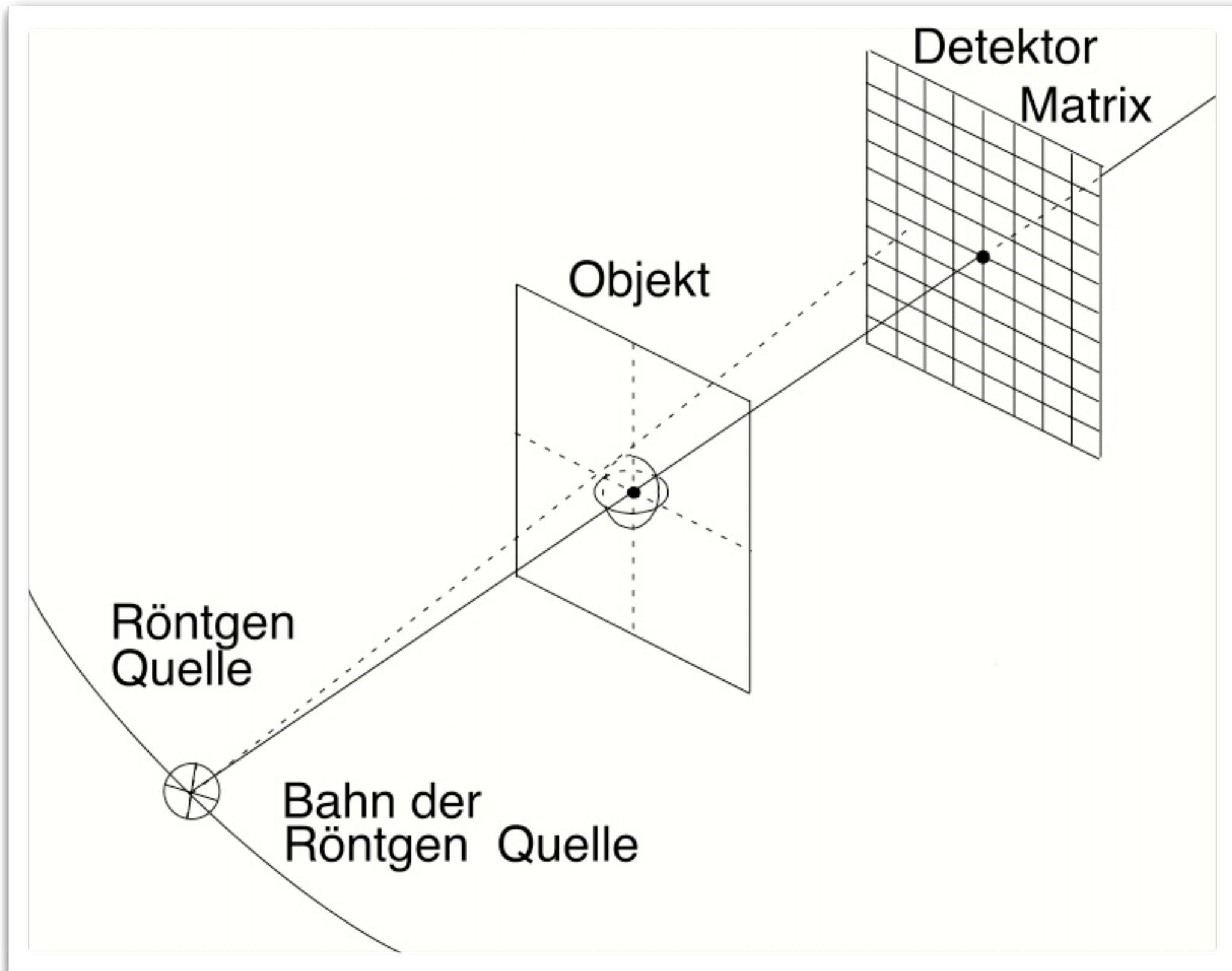


Dual Source CT-System



Siemens Healthcare

Cone-Beam-CT



C-Arm for 3D-Imaging of the Heart in the Catheter Laboratory



Rotations-Angiographie



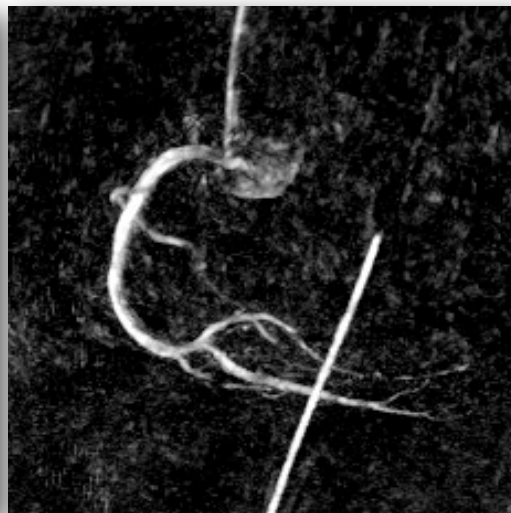
Philips

Rotational Angiography of the Beating Heart

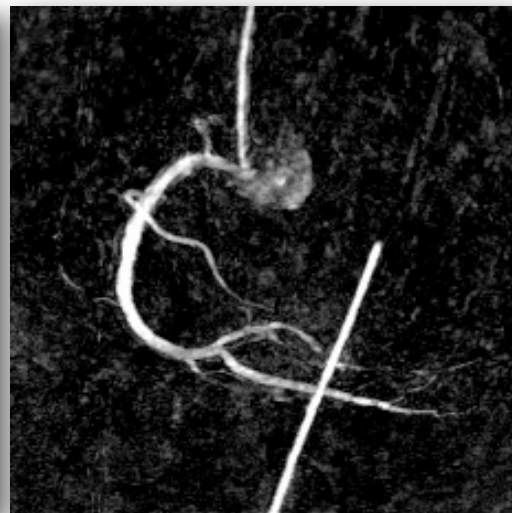
RR 0%



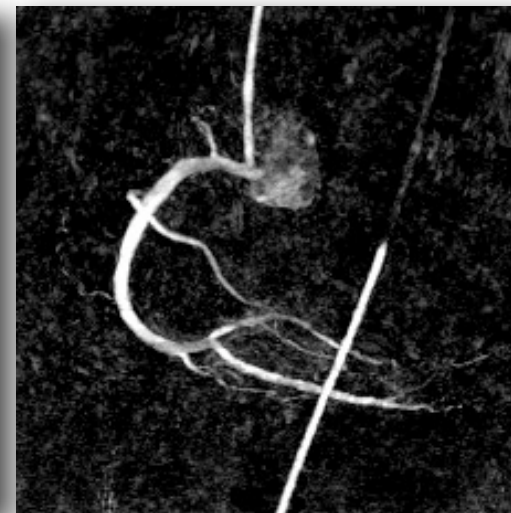
RR 20%



RR 40%



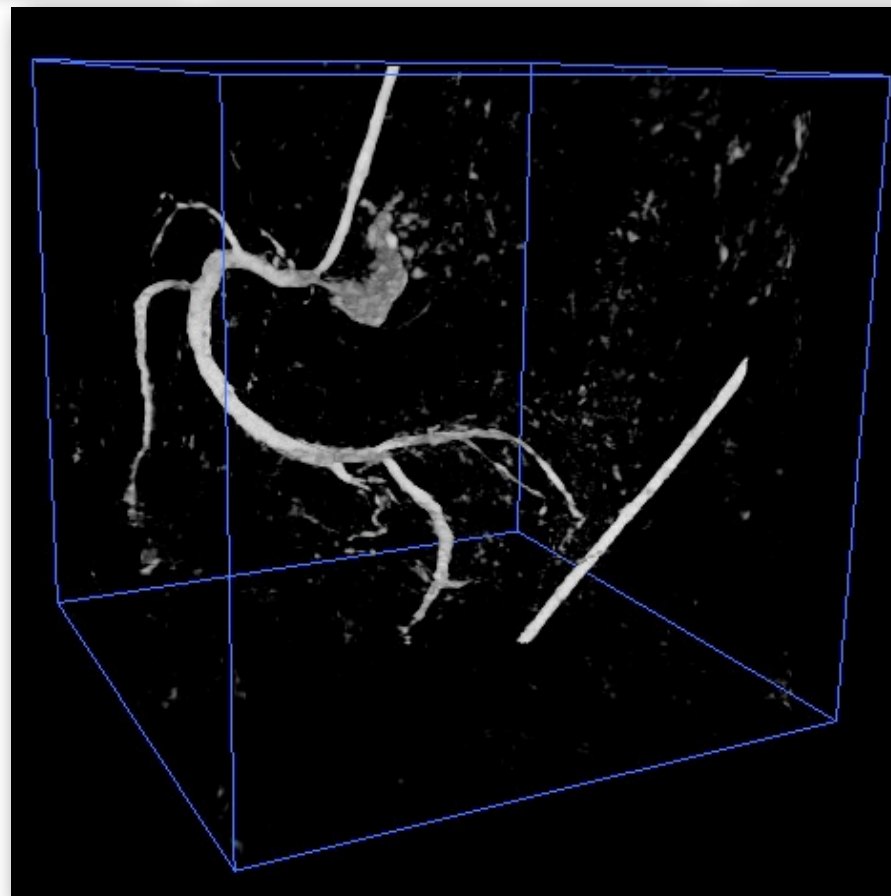
RR 60%



RR 80%



START
reconstruction from
8 projections per
phase

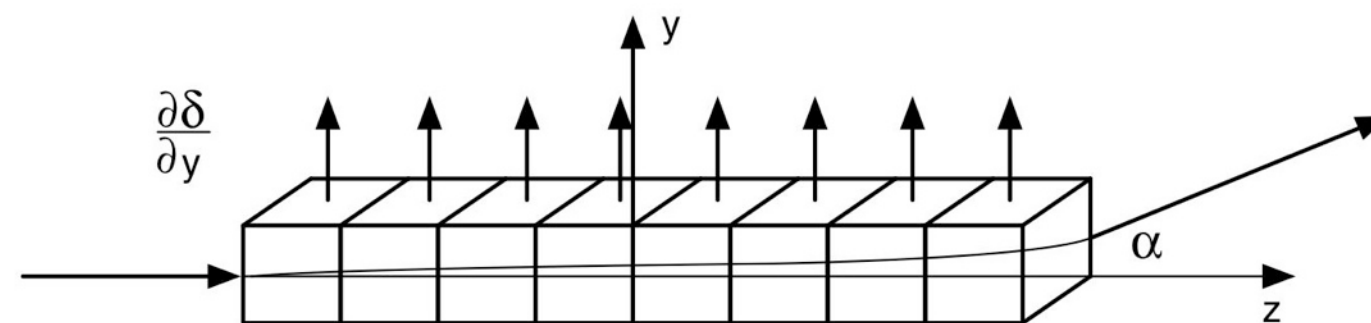
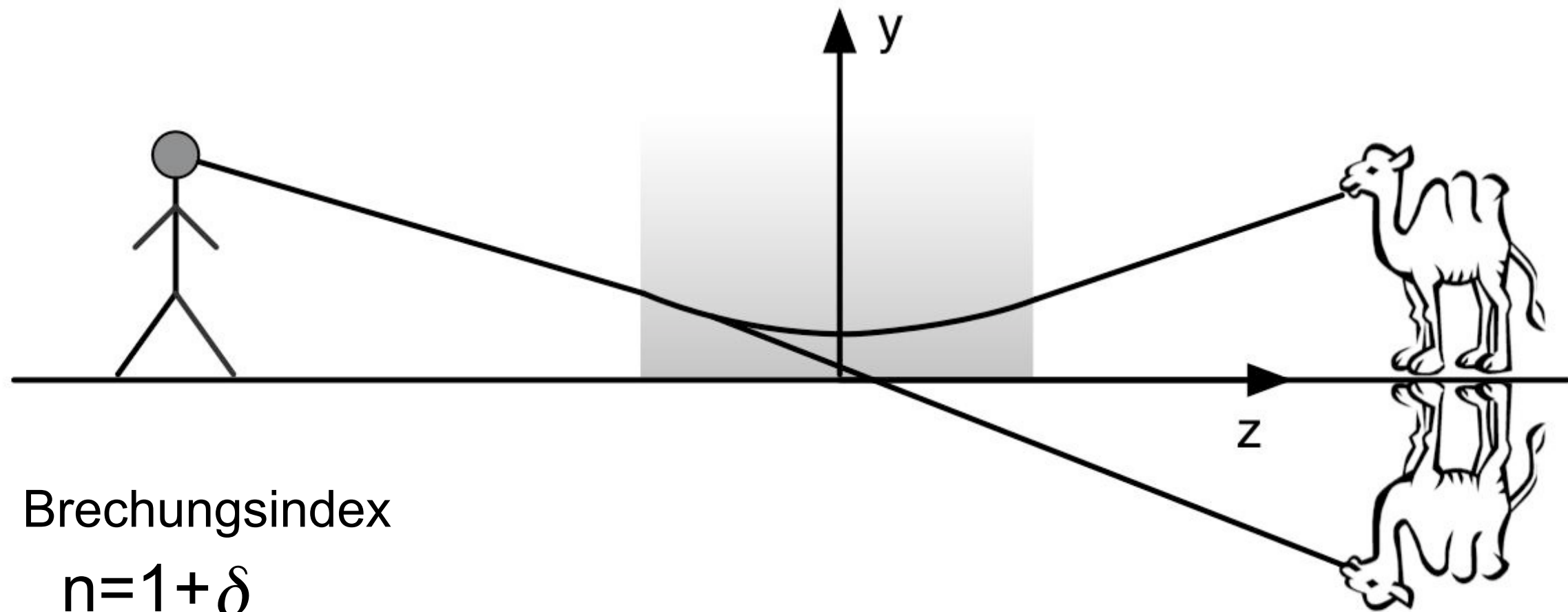


Eberhard Hansis, Dirk Schäfer,
Michael Grass, Philips Research
Olaf Dössel, IBT Karlsruhe, KIT
IEEE TMI

Anwendungen der CT

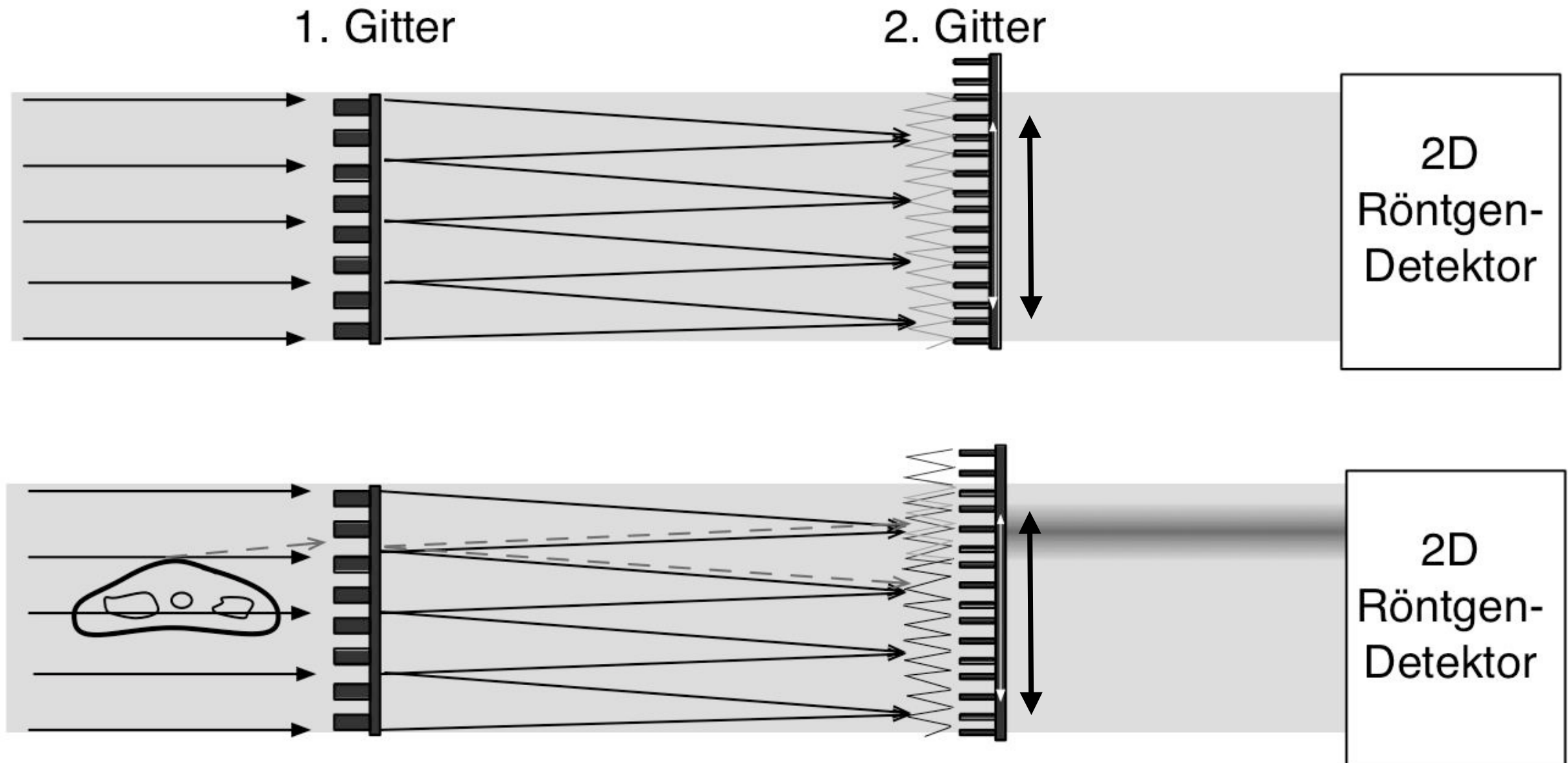
Trauma	Unfalldiagnostik im gesamten Körper
Kopf-Hals	Akutes nicht-traumatisches neurologisches Defizit (Blutung, Infarkt)
Spinalkanal	Spinales Trauma
HNO	Mittelohr, Innenohr, Schädelbasis, Trauma der Schädelbasis, Kranio-faziales Skelett und Nasennebenhöhlen, Hypopharynx, Larynx, Tumor
Augenheilkunde	Intra-Okulärer Fremdkörper, Ductus nasolacrimalis
Thoraxorgane	Thoraxwand: Tumor, Pleura: Entzündungen, Tumor, Lunge: Lungenstruktur, Pulmonale Läsionen, Nekrose, Verkalkungen, Tumorausdehnung und Infiltration, Interstitielle Pneumonie, Bronchiektasen, Hiläre Raumforderung, Lungenmetastasen, Zentrales Tracheobronchiales System, Gefäßmalformation, Sequestration, Mediastinum: Raumforderung (angeboren/entzündlich/Neoplastisch) Lokalisation, Ausdehnung, Ätiologie, Tumor-Staging
Herz-Kreislauf-System	Aorta Thoracalis: Dissektion, Aneurysma
Bewegungsapparat	Knochen: Biopsie, Hüftgelenk: Dissektat, Frakturen, Orthopädische Operationsplanung
Gastroenterologie	Pankreas: Endokrin, akute Pankreatitis, Verdauungstrakt: Tumor-Staging

Phasenkontrast CT

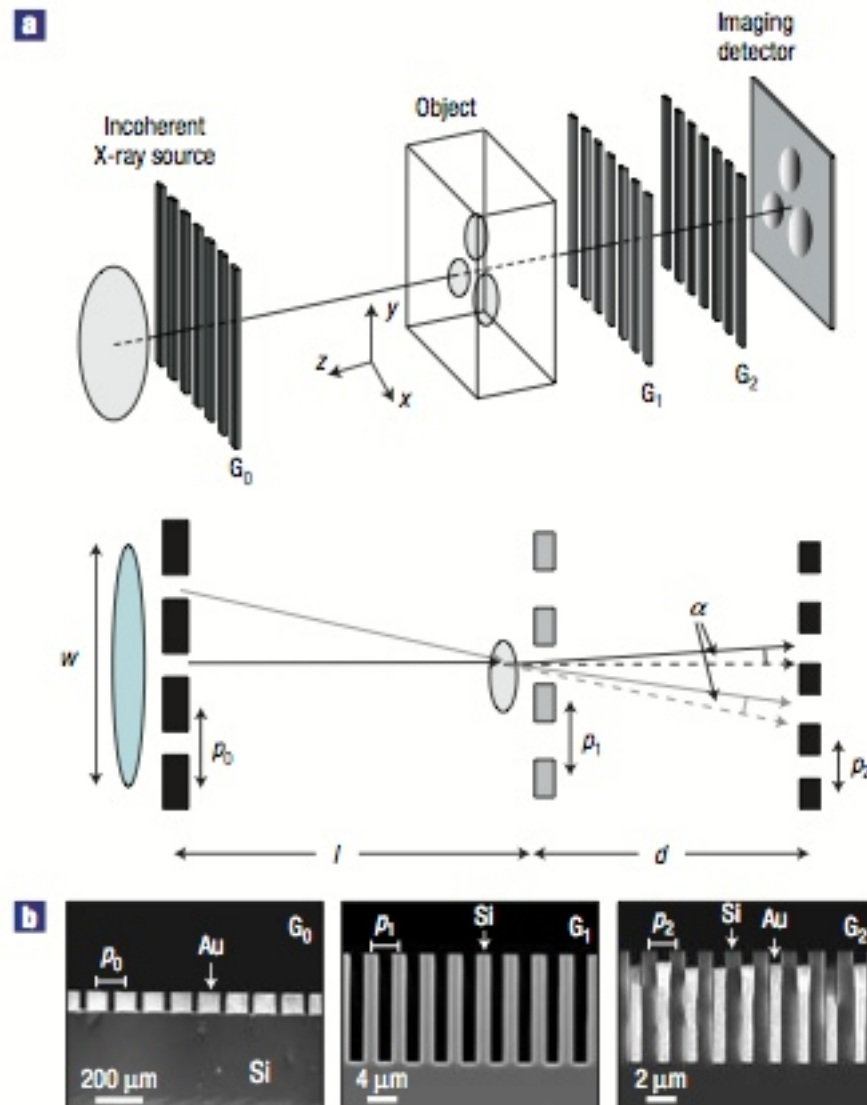


$$\alpha(x) = \int \frac{\partial \delta(x, y')}{\partial y'} dz'$$

Phasenkontrast CT



Phasenkontrast CT



$$\alpha^{\Theta}(x') = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \Phi^{\Theta}(x')}{\partial x'} = \int_0^d \frac{\partial \delta(x', y')}{\partial x'} dy',$$

Ablenkwinkel

$$\Phi^{\Theta}(x') = 2\pi/\lambda \int_0^d \delta(x', y') dy' \quad n = 1 - \delta$$

Integrale Phasenverschiebung

$$\mu(x, y) = - \int_0^{\pi} \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} [\ln T^{\Theta}(\omega)] \cdot \mathcal{F} [k(\omega)] \right\} d\Theta,$$

$$\delta(x, y) = \int_0^{\pi} \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} [\alpha^{\Theta}(\omega)] \cdot \mathcal{F} [h(\omega)] \right\} d\Theta,$$

$$\mathcal{F} [h(\omega)] = i \cdot \text{sgn}(\omega) / (2\pi) :$$

Quantitative phase-contrast tomography of a liquid phantom using a conventional x-ray tube source

Julia Herzen¹, Tilman Donath², Franz Pfeiffer^{2,3,*}, Oliver Bunk², Celestino Padeste², Felix Beckmann¹, Andreas Schreyer¹, and Christian David²

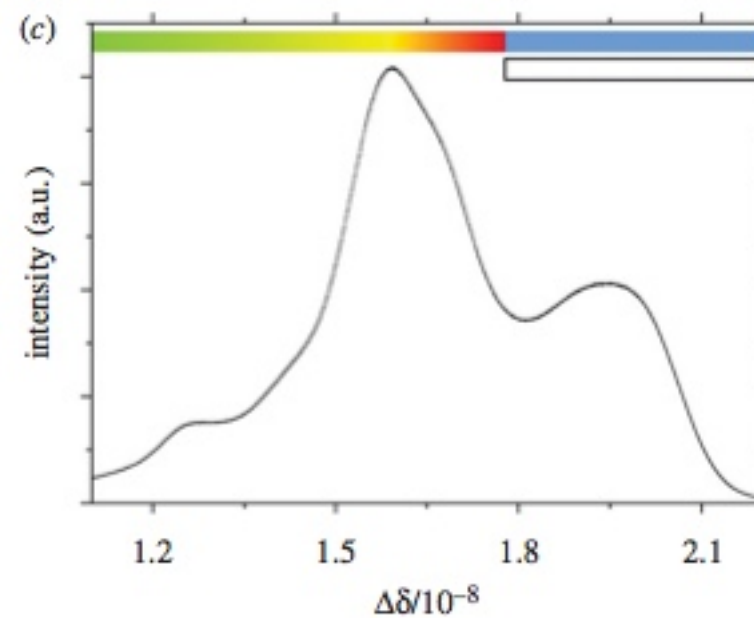
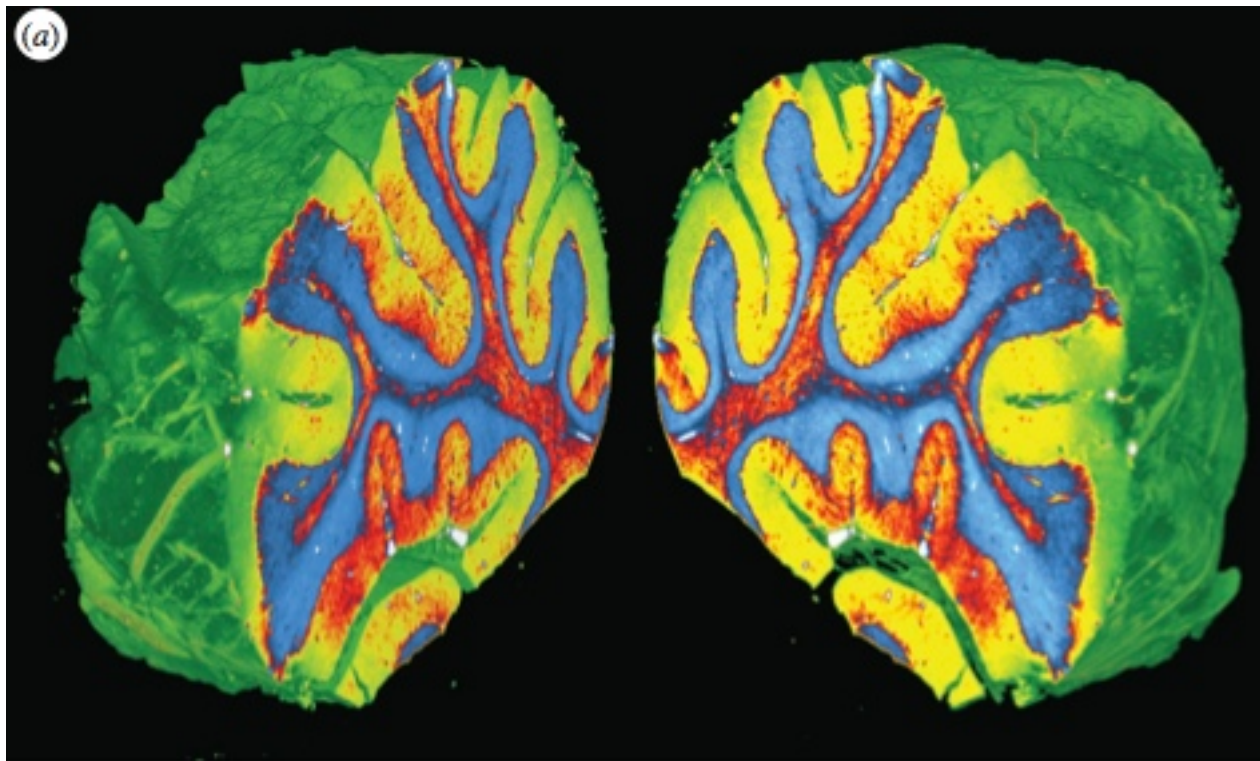
¹GKSS Research Centre, 21502 Geesthacht, Germany

²Paul Scherrer Institut, 5232 Villigen PSI, Switzerland ³Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1015 Lausanne, Switzerland *Present address: Department of Physics, Technical University Munich, 85747 Garching, Germany

Phase retrieval and differential phase-contrast imaging with low-brilliance X-ray sources

FRANZ PFEIFFER^{1*}, TIMM WEITKAMP², OLIVER BUNK¹ AND CHRISTIAN DAVID¹ ¹ Paul Scherrer Institut, 5232 Villigen PSI, Switzerland ²

Forschungszentrum Karlsruhe, 76021 Karlsruhe, Germany *e-mail: franz.pfeiffer@psi.ch



High-resolution tomographic imaging of a human cerebellum: comparison of absorption and grating-based phase contrast

Georg Schulz, Timm Weitkamp, Irene Zanette, Franz Pfeiffer, Felix Beckmann, Christian David, Simon Rutishauser, Elena Reznikova and Bert Müller

J. R. Soc. Interface 2010 **7**, 1665-1676 first published online 21 July 2010 doi: 10.1098/rsif.2010.0281